

伝達マトリックス法による開断面曲線桁の解析

京都大学 正 工博 小西 一郎
川崎重工 正 工修 O. 部 順一

本研究は、線形構造物の数値解析に対し有効な解析手法である伝達マトリックス法により、薄肉開断面を有する曲線桁の解析を、行うものである。この際特に、ねじりによって構造物の軸方向に生じるソリが拘束される場合の影響を考慮し、St. Venant's Torsion 理論によって求めたものと、比較考察するものである。

構造物がねじられようと、その断面は一般に軸方向にソリ、と云う事は周知の事である。しかし、このソリが拘束されると、軸直応力(ソリ直応力)が生じ、これに対応して、二次剪断応力が生じる。今、我々は薄肉開断面桁がソリ拘束を受ける場合の軸方向変位を、次の様に表わす事が出来ると仮定すれば、

$$w_w = -f'(z) \cdot \bar{w}(s) \quad (1)$$

ソリ直応力 G_w は

$$G_w = E \cdot \frac{\partial w_w}{\partial z} = -E \cdot f'' \cdot \bar{w} \quad (2)$$

と表わす事が出来る。この式を用いて我々は、軸方向の釣合条件よりソリ拘束の影響を考慮した場合のねじりに関する基礎方程式を次に示す様に導く事が出来る。

$$T = T_1 + T_2 = (1 + \nu) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial z} - \nu G J f' \quad (3)$$

$$\text{したがって } \mu = \frac{\nu}{1 + \nu} \quad (4)$$

曲線桁では、断面の剪断中心を通る荷重によって、その断面は曲線桁曲率中心回りに回転するので、我々は曲線桁の場合のねじり角を $T = \phi + \psi/R$ で表わす。また、曲率半径 R が、桁幅に比べて充分大きいとすれば、我々は一般対称断面を有する場合の基礎方程式を以下に示す様に表わす事が出来る。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= E I_x \cdot (\phi/R - \psi) \\ M_y &= -E I_y \cdot (\psi/R - \frac{1}{R} \cdot \psi'' + \psi') = -E I_y \cdot \psi'' \\ W &= -E C \cdot f'' \\ N &= E F \cdot (\psi' - \psi/R - \frac{1}{R} \cdot \phi) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

以上の4式により直応力 σ は、次の様に表わされる。

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x + \frac{W}{C} \cdot \bar{w} \quad (6)$$

(4), (5) 式の線形連立微分方程式を解き8つの積分定数で、1Aの初期物理量 $\{ \psi, \frac{\partial \psi}{\partial z}, u, R \psi, w, R \frac{\partial w}{\partial z}, R \phi, w', \phi', \phi'', N', M_x', M_y', T' \}$ 。と表わし、所要素の軸方向の力の釣合関係と考えると、桁軸上各点での1Aの物理量 $\{ \psi, \frac{\partial \psi}{\partial z}, u, R \psi, w, R \frac{\partial w}{\partial z}, R \phi, w', \phi', \phi'', N', M_x', M_y', T' \}$ は次に示す様に、初期物理量と Field Matrix のマト

リンクス法で表わす事が出来る。

ψ	1	a_{12}	0	0	0	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{110}	a_{111}	a_{112}	0	a_{114}	a_{115}	ψ
$\frac{\partial \psi}{\partial x}$	0	a_{22}	0	0	0	a_{26}	a_{27}	a_{28}	a_{29}	a_{210}	a_{211}	a_{212}	0	a_{214}	a_{215}	$\frac{\partial \psi}{\partial x}$
u	0	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	0	0	0	0	a_{310}	a_{311}	a_{312}	a_{313}	a_{314}	a_{315}	u
$R\psi$	0	0	0	1	0	0	0	0	a_{49}	0	a_{411}	0	a_{413}	0	0	$R\psi$
w	0	0	a_{53}	a_{54}	a_{55}	a_{56}	a_{57}	a_{58}	a_{59}	a_{510}	a_{511}	a_{512}	a_{513}	a_{514}	a_{515}	w
$R\frac{\partial \psi}{\partial x}$	0	0	0	0	0	a_{66}	0	a_{68}	0	a_{610}	a_{611}	a_{612}	0	a_{614}	a_{615}	$R\frac{\partial \psi}{\partial x}$
$R\phi$	0	a_{72}	0	0	0	a_{76}	a_{77}	a_{78}	a_{79}	a_{710}	a_{711}	a_{712}	0	a_{714}	a_{715}	$R\phi$
w^*	0	0	0	0	0	a_{86}	0	a_{88}	0	a_{810}	a_{811}	a_{812}	0	a_{814}	a_{815}	w^*
ϕ_1^*	0	0	0	0	0	0	0	0	a_{99}	0	a_{911}	0	0	0	0	ϕ_1^*
ϕ_2^*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	a_{1015}	ϕ_2^*
N^*	0	0	0	0	0	0	0	0	a_{119}	0	a_{1111}	0	0	0	0	N^*
M_1^*	0	0	0	0	0	0	0	0	a_{129}	a_{1210}	0	a_{1212}	0	a_{1214}	a_{1215}	M_1^*
M_2^*	0	0	0	0	0	0	0	0	a_{139}	0	a_{1311}	0	1	0	0	M_2^*
T^*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	a_{1410}	a_{1411}	a_{1412}	0	a_{1414}	0	T^*
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

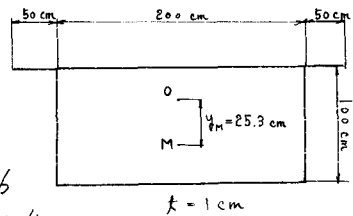
この式に於て14の物理量の次元は[L]に交換しており、かつField Functionの各要素は無次元化してある。 a_{ij} と表示した各要素の詳細は紙面の都合上省略する。

数値例として、右図に示す様な断面を有する、薄肉
閉断面多曲率曲線桁 $R_1 = 80 \text{ mm}$, $\alpha_1 = 0.015 \pi \text{ rad}$.

$R_2 = 60 \text{ mm}$, $\alpha_2 = 0.02 \pi \text{ rad}$, $R_3 = 50 \text{ mm}$,

$\alpha_3 = 0.024 \pi \text{ rad}$. この等分布垂直荷重 q , 及び、右
にリ荷重とそれと大載荷した場合について得た結果と比較

すると、垂直タワミ及びリ荷重の影響は q によるものの1/10は見られなかったが、 $M_2 = 100 \text{ kg} \cdot \text{cm/cm}$ の右にリ荷重では最大15%程度の差が見られた。尚、表裏及び図により、この例等について当日会場で詳述する。



参考文献

- 1) R. Dabrowski : Gehrümte dünnwandige Träger, Springer-Verlag, 1968.
- 2) G. Becker : Ein Beitrag zur statischen Berechnung beliebig gelagerter ebener gehrümter Stäbe mit einfach symmetrischen dünnwandigen offenprofilen von im Stabachse veränderlichem Querschnitt unter Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion, Stahlbau, Band 34, S 334, S 368, 1965