

立体系ラメンの解析における数値計算手法について

大阪大学工学部 正 員 小松 定夫

" " 〇佐々木 寿

" 学生員 塚本 健康

1. まえがき ネットワーク理論を応用した骨組構造物の解析については、W.R. Spillers, S.J. Fenves, 小西, 白石, 玉村, 谷口らの研究があるが、ここでは立体系ラメンについて撓性マトリックスを求める場合に、tearing と interconnecting の方法がその計算時間にもえる影響を調べ、どのような interconnecting の方法が有効であるかを考察する。

2. 基本式 骨組構造物において、節点荷重 P' と節点変位 U' との関係は温度変化による部材の変形がないとすれば、S.J. Fenves⁽¹⁾ により

$$P' = A^T K A U' \quad (1)$$

次に簡単のために、図(1)のように基準座標 x, y, z とし、すべての部材の方向がいずれかの座標軸の方向と一致するようなラメンを考え、 x 軸方向と一致する部材の中を PFR- i に含まれるものを link 集合 LA_i の要素、 y 軸方向と一致する部材の中を PFR- i と PFR- $(i+1)$ の間に含まれるものを link 集合 LB_i の要素とし、また z 軸方向と一致する部材の中を PFR- i に含まれるものと tree 集合 TI_i の要素とする。ニニ

PFR- i とは図(1)に示すような x - z 平面に平行する面がラメンを切断する面を表わす。このようなラメンの全体の剛性マトリックス $A^T K A$ は

$$A^T K A = A_{Ti}^T K_{Ti} A_{Ti} + A_{LAi}^T K_{LAi} A_{LAi} + A_{LBi}^T K_{LBi} A_{LBi}$$

$$= \begin{bmatrix} A_{Ti1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_{Tin} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{LAi1} & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_{LAin} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{LBi1}^T K_{LBi1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_{LBin}^T K_{LBin} \end{bmatrix}$$

ここで、 $P_i = A_{Ti} + A_{LAi}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) とすれば

$$A^T K A = \begin{bmatrix} P_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & P_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{LAi1}^T K_{LBi1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_{LAin}^T K_{LBin} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A_{Ti} = A_{Ti}^T K_{Ti} A_{Ti}, \quad A_{LAi} = A_{LAi}^T K_{LAi} A_{LAi} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

A_{LBi} は $A_{LAi}^T K_{LBi} A_{LAi}$ の対角要素、 K_{LBi} は link 集合 LB_i に対応する剛性マトリックスを表わし、各要素は $(6 \times 6, 6 \times 6)$ の正方マトリックスである。 P_i は式(3)と相似形を表わされ、

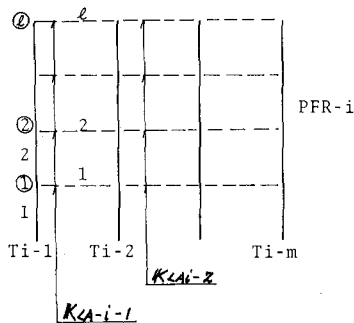
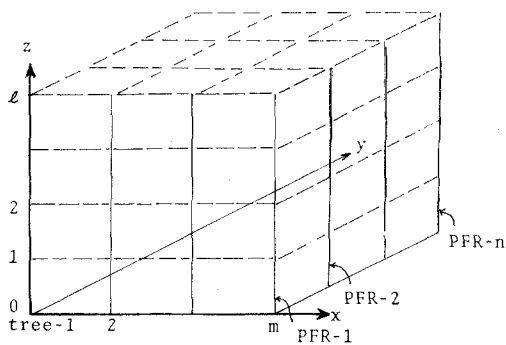


Fig.1

$$P_i = \begin{bmatrix} S_i & & 0 \\ & S_i & \\ 0 & & S_{n(T_i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1 K_1 & & 0 \\ -K_1 \lambda_1 & \lambda_2 K_2 & \\ & & -K_{n-1} \lambda_n \\ & & -K_{n-1} \lambda_n & \lambda_n K_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

$(S_i)_{T_i}$ は対角マトリックス
 Λ_{T_i} の i 番目の対角要素
 によって $tree$ 集合 T_i に含まれる

i 番目の $tree$ に対応する剛性マトリックスを表わす。また、 $(\lambda_j)_{\Lambda_{T_i}}$ は Λ_{T_i} の j 番目の対角要素を表わす。 $(K_j)_{\Lambda_{T_i}}$ は $link$ 集合 Λ_{T_i} に含まれる j 番目の $link$ 集合に対応する剛性マトリックスを表わす。ここで各要素は $(6l, 6l)$ の正方マトリックスである。

式(3)と式(4)とは相似形であるから interconnecting の議論を式(4)のみで行なえば、図(2)-aのように

interconnecting を行なうための基本式は、図(2)-aにおいて、step-1 の片方の撓性マトリックスを求めることが基本となるのでその左半分のみを再結合する式を書けば、式(4)の第1項の逆行列を $[M]$ とおいて、

Householder の修正式⁽¹⁾により、

$$\begin{aligned} [\hat{R}_F] &= \{[R_F]_{\Lambda_{T_i}-j} + F^{-1}[\hat{M}_{F,F}] + F^{-1}[\hat{M}_{F,FL}] - Z^F[\hat{M}_{F,FL}]\}^{-1} \\ F[\hat{M}_{h,k}] &= F^{-1}[\hat{M}_{h,k}] - \{F^{-1}[\hat{M}_{h,F}] F^{-1}[\hat{M}_{F,FL}]\} \times [\hat{R}_F] \\ &\quad \times \{F^{-1}[\hat{M}_{F,k}] - F^{-1}[\hat{M}_{FL,k}]\} \end{aligned} \quad (5)$$

($F = 1, 2, \dots, l$; $h = 1, 2, \dots, 2l$; $k = 1, 2, \dots, 2l$)

$(K_j)_{\Lambda_{T_i}}$ は $(K_j)_{\Lambda_{T_i}}$ の j 番目の対角要素であり、 $F[\hat{M}_{h,k}]$ は $F[M]$ の h 行、 k 列目の要素である。

Λ の記号をつけたものはすべて $(6, 6)$ の正方マトリックスを示す。そこで式(5)について h について1度繰り返しのくり返し計算により求められた $F[\hat{M}_{h,k}]$ ($h = 1, 2, \dots, 2l$; $k = 1, 2, \dots, 2l$) が求める撓性マトリックスとなる。step-1 の右半分および step-2 も同様に計算が可能で、また式(3)についても同様のことを行なうならば、全体の撓性マトリックスが求められる。

3. 結果と考察

図(2)-aのようにして撓性マトリックスを求める場合を CASE I、図(2)-bのように順次 interconnecting していく場合を CASE II、トリダイヤゴナルのバンドマトリックスとして求める場合を CASE III として、その乗算回数を Σ 、全体の剛性マトリックスの次数を N 、 $\gamma = (\Sigma/N^3) \times 100$ として、 γ と $tree$ の数 m との関係を図(3)に示す。層数 l の増加に対する γ の減少量は少く2~3%以下である。

この事は前にも述べたように、式(3)、(4)が相似形であるのや、立体の場合にもほとんど同じことである。

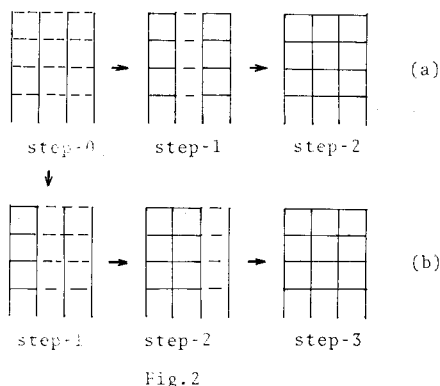


Fig. 2

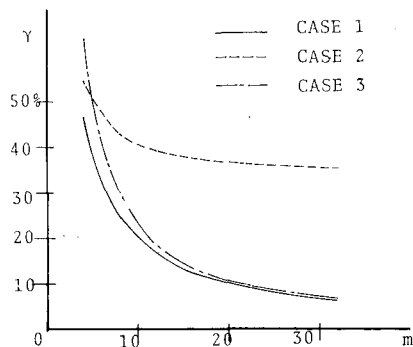


Fig. 3

(1) Fenves, S.J., "Structural Analysis by Networks, Matrices, and Computers," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 92, No. ST1, Feb., 1966.