

京都大学工学部の中川浩二

" 小林昭一

" 丹羽義久

今日有限要素法は非常に広い用途において利用されている。有限要素法がこのように広範に用いられるようになったのは、一方では大型電子計算機の発達によることはいうまでもないが、この解析法では要素間の不連続な取り扱いが容易であることおよび対象物と要素に分割する操作が用いる人の直感と一致することによることとが大きい。

構造物などの応力あるいは変形解析を行なうのに用いられる数値解析法には、有限要素法の他に差分法、*Lumped mass*法、トラス、ラメソンなどのモデルによる方法など多くの方法がある。これらの方法と比較して有限要素法が有利である点の一つに分割要素の大きさを変えることが非常に容易であるということがある。このことは数値解析と有限要素法の精度の範囲で必要に応じて無駄を少なくしつつ精度を上げることができると意味する。これは並に用いる人が要素の分割、データの作製という煩雑な作業を行わねばならないことを意味し、今日の電子計算機を用いた数値解析法の方からして、大きな欠点となっている。本研究はこの欠点を補い、要素分割と解析目的に対応した定められた法則に従った再分割法によって行ない、所定の精度ほどを得るための手法を提案するものとする。

要素分割の概念、手法

有限要素法の要素分割は解析対象物の形状にしたがうか、あるいはそれに用いる人の経験が加わる。自動分割が行なわれる場合には分割法はほぼ対象物の形状によって定まり、応力集中などと問題にする場合には経験が重要な要素となるであろう。有限要素法を応力解析を行なうとき、応力集中や材料特性に対応した応力状態(たとえば引張応力の分布など)を知ることが重要な問題となる。ところが現実には問題となる場所の応力状態はあらかじめ明らかでないため、分割方法は用いる人の経験に任ぜざるを得ず、分割方法が不適当なため、しばしば所定の目的と達成できず、改めて分割のやり直しを行わねばならないこともある。また経験にもとづく要素分割を行なう場合には、与えるデータが大量かつ煩雑となるため、入力データに誤りが生じる可能性も大きい。

応力集中問題は、一般に要素分割は応力集中の程度に応じて行なわれるべきである。換言すれば応力状態が一樣に近い部分は細かい分割をすべし計算手法上無駄となる。そこで要素の最終的な分割法を最初から定めず、簡単な要素分割による結果を用いて、要素を再分割することにより、目的とする要素分割に到達する方法を考えられる。そのための要素分割の基準として、主応力の差、主応力差の差などによることを考えられよう。

たとえば主応力の差(光弾性実験の等色線縮小数に相当)の差にしたがって要素再分割を行なう場合、まず簡単な分割に対する数値計算を行ない、その結果からある要素の主応

力差と隣接する要素の応力差との差を定める。ここからある一定の規準よりも大きい場合にはその要素を再分割する。要素分割には三角形要素を用い、再分割に際しては相対的な半分の三角形を用いる。隣接する3つの三角形のうち最も大きい三角形要素のみが分割条件を満足する場合には、要素を二分することとする。

この操作を繰り返し採用することによって、たとえば等色線図が集中する場所の要素は細かく再分割されることになり、要素間の応力勾配は一般に小さくなる。したがってこの操作をくり返し用いれば要素間の階次数の差がある値以下になるまで、自動的に再分割が実行される。このことは有限要素法の精度の限度内で、問題とする対象物と必要とする正しい精度と応力解析をできることを意味する。

この方法による得失

ここで提案する要素再分割法には次に挙げるような得失がある。まず利点としては

- (i) 数値計算のために与えるデータが非常に少なくよい。そのため、データを与える段階でのミスを極度に少なくできる。
- (ii) 問題の特性に応じた必要な精度に近い精度で解析を行なう（精度は当然有限要素法の精度の範囲である）。
- (iii) 精度の高い解析が不要な部分の分割は粗なままとするため、数値計算の無駄を大幅に省きうる。

これにおける欠点としては

- (i) 所要の精度の計算にどれだけの分割が必要であるかわからず不明であるため、かなり容量の計算機容量を準備しておく必要がある。
- (ii) 再分割の過程で時に鈍角三角形や、細長い三角形など、好ましくない形の三角形要素が生じることがある。
- (iii) 再分割のたびに剛性マトリックスを作り直すために、計算時間が若干長くなる。

ここに挙げた欠点の影響はいずれも小さく、これにおける利点は欠点を補うて余りある。たとえば欠点(ii)に挙げた計算時間の問題も、リラクゼーションで解くとき、初解値として前の分割に対する解をそのまま用いるので、リラクゼーションに必要な時間は大幅に短縮される。したがって、ここに提案した方法を用いることによって、有限要素法による数値解析のための労力と大きく省くことができる。また弾性体の応力集中解析のみならず、塑性解析などの非線形解析に用いることにより、より一層の有用性が期待される。

解析例

応力解析における二つの典型的な問題、(a)集中荷重を受ける矩形板、(b)一様一軸引張を受ける円孔を含む有限幅板...と例として解析し、その有効性を示しかけてみる。結果については紙面の都合上省略し、スライドを用いて示す。