

。 大阪市 正員 時実 公生
神戸大学工学部 正員 桜井 春輔

1. はしがき

岩盤は弾性体というより粘弾性体として取り扱う方が妥当な場合が多い。対応原理を利用した粘弾性体の解析は1950年代 Lee⁽¹⁾, Bland⁽²⁾らによってなされたが実際に岩盤等に適用した例はあまり見られない。特に動的な問題に対してはほとんどなされていないのが現状である。ここではまず粘弾性モデルとして五要素モデルを提案し、それについて考察を行ない、つぎに一次元棒にパルス荷重が作用するときの波動伝播について解析し、さらに円形トンネルに正弦波が作用するときの解に対応原理によって求める。

2. 対応原理

線形粘弾性体の支配方程式を Initially dead ($\sigma_{ij} \equiv 0$, $u_i \equiv 0$, $t \leq 0$) の条件で片側フーリエ変換あるいはラプラス変換し、原式と比較すると構成方程式だけが異なる。すなわち片側フーリエ変換においては式となる。一はフーリエ変換を示す。

$$P_s(D) \sigma_{ij} = Q_s(D) \epsilon_{ij} \quad P_\nu(D) \tau_{KK} = Q_\nu(D) \epsilon_{KK} \quad (1)$$

$$\bar{P}_s(i\omega) \bar{\sigma}_{ij} = \bar{Q}_s(i\omega) \bar{\epsilon}_{ij} \quad \bar{P}_\nu(i\omega) \bar{\tau}_{KK} = \bar{Q}_\nu(i\omega) \bar{\epsilon}_{KK} \quad (2)$$

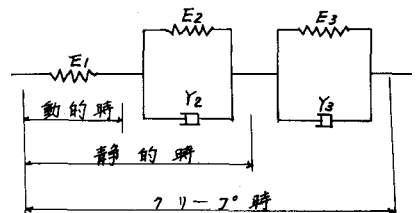
ここで σ_{ij} , u_i はそれぞれ座標の応力と変位であり, τ_{KK} , ϵ_{KK} は静水圧応力とひずみ, σ_{ij} , ϵ_{ij} は偏差応力とひずみを表す。又 $P_\nu(D)$, $Q_\nu(D)$, $P_s(D)$, $Q_s(D)$ は粘弾性体の性質を表わす時間微分演算子 D の多項式である。(2)式において $\bar{Q}_\nu(i\omega)/\bar{P}_\nu(i\omega) = \gamma_\nu(i\omega)$, $\bar{Q}_s(i\omega)/\bar{P}_s(i\omega) = \gamma_s(i\omega)$ とおくと

$$\bar{\sigma}_{ij} = \gamma_s(i\omega) \bar{\epsilon}_{ij} \quad \bar{\tau}_{KK} = \gamma_\nu(i\omega) \bar{\epsilon}_{KK} \quad (3)$$

となる。上式からわかるように線形粘弾性体の解は対応する問題の弾性解と時間に関して片側フーリエ変換し、弾性定数を対応する粘弾性体の複素弾性定数で置き換え最後にその解をフーリエ逆変換すれば得られることがわかる。同じことがラプラス変換についても言える。さらに線形粘弾性体に正弦波が入力し、媒体も正弦振動するときの粘弾性解は弾性定数を対応する粘弾性定数で置き換えることによって得られる。以上が対応原理のあらましである。

3. 五要素モデル

粘弾性体の動的な問題の解析に使用されるモデルは Zener モデルがその挙動を表わすのに最低限適切であることは伝播する波動速度と減衰定数から分るが、一般に岩盤力学における動的な問題からクリープまでを一つのモデルで統一的に説明するためには Zener モデルでは不十分でありしたが、て(図-1)に示す五要素モデルを提案する。モデルの各要素には図に示す意味を持たせる。なお、要素を増す事

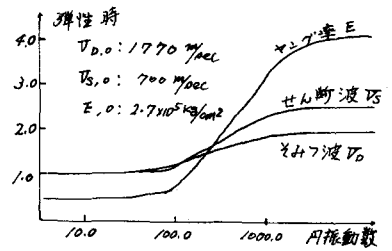


E_1, E_2, E_3 : バネ定数

Y_1, Y_2, Y_3 : 粘性係数

(図-1)五要素モデル

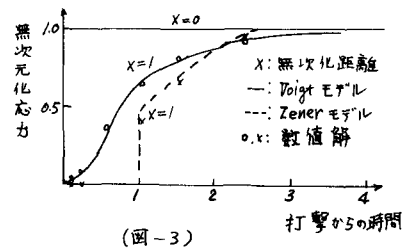
物理的な妥当性は M. A. Biot⁽³⁾ によって熱力学の非可逆過程の理論を連続体の力学へ応用してなしている。このモデルを使って粘弾性体が正弦振動するときの波の伝播速度、減衰定数を計算した。 γ_2 と γ_0 の比が小さい間は Zener モデルとほぼ同じ傾向となり、大きくなると振動数に対して広い範囲で変化し、傾向も変わる。その伝播速度からヤング係数を計算すると振動数の増加するに連れ増加し、J. S. Rinehart 著による測定結果と同一傾向となる。



(図-2) 伝播速度比とヤング率比

4. 棒の縦衝撃波の伝播問題の粘弾性解

一次元弾性棒に単位ステップ荷重が作用するときの粘弾性解は J. A. Morrison⁽⁴⁾ によって求められているが著者等に対応原理を利用し、Berman⁽⁵⁾ によって求められた数値ラプラス逆変換を利用して求めた結果を図-3 に示す。なお各数値はすべて無次元化して計算した。



(図-3)

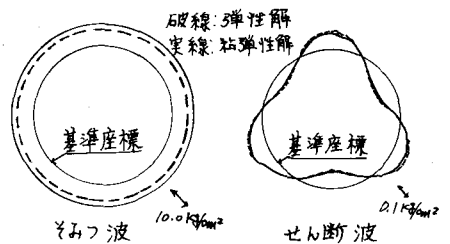
5. トンネル覆工に正弦波が入力するときの粘弾性応力解析

トンネル覆工に無限に連続する正弦波が伝播してくる場合の弾性解は岡本等⁽⁶⁾と梶⁽⁷⁾によって求められているのでその解を利用して粘弾性解を求める。モデルは Zener モデルを使用する。なお弾性解の計算式および各数値は(7)を利用する。

最大応力を求めた結果を図-4 に示す。せん断波が入力した場合は弾性解と粘弾性解との差は余りない。(図-4) 最大応力(振動数 20/sec)

縦波が入力した場合は粘弾性解の方が最大 30%

程度大きな値となる。又モデルの粘性係数の変化に対しては両方の波ともあまり影響を受けない。



6. 結語

線形粘弾性体の動的な問題に対する解は正弦振動の場合には容易に求められるが一般的な荷重が作用する場合はフーリエ逆変換またはラプラス逆変換が簡単に得られない。本論では Berman の方法を利用したが適用範囲は限られており、たとえば三角関数を含むような関数の逆変換は発散してしまうので今後はさらに数値計算方法を研究する必要がある。なお数値計算には京大大型計算機センター FACOM 230-60 を利用した。

〔参考文献〕

- 1). E. H. Lee: Quarx. Appl. Math. 13, P183 (1955).
- 2). D. R. Bland: The Theory of Linear Viscoelasticity.
- 3). M. A. Biot: J. Appl. Phys. 25, 11 (1954).
- 4). J. A. Morrison: Quarx. Appl. Math. P153, (1956)
- 5). B. E. Bellman: Numerical Inversion of the Laplace Transform.
- 6). 岡本舜三他: 土木学会論文集 No. 92 (5.38.4).
- 7). 梶太郎他: 土木学会第 26 回年次学術講演会.