

京都大学・工学部 丹羽義次

山梨大学・工学部 平島健一

京都大学・大学院・本田 洋

1. 緒言

定常熱流のもとで、周縁が熱絶縁された単一の円孔、楕円孔あるいは任意形状の孔を有する無限弾性板内の熱応力状態の解析は、すでに多くの研究者によってなされてゐる。また、複数個の円孔あるいは球を有する場合についても幾つかの研究が発表されてゐる。

ここでは、一般の場合として、等方性の無限弾性板内に複数個の任意形状孔が存在するような多連結領域問題と対象として、定常熱流のもとで発生する孔周縁応力について、複素変数法と逐点法とを組み合わせて理論的に求めたものである。

2. 解法の概要

無限板内の単一の任意形状孔の外部領域と z -平面上の単位円外に写像する関数とつぎのように仮定する。

$$Z = \omega(z) = d_0 z + \sum_{n=2}^{\infty} (d_n + i\beta_n) z^{-n} \quad (1)$$

ここに、 d_0 、 d_n および β_n は孔形状によって決まる実定数であり、 ν は正の任意の整数である。

いま、式(1)によって定義されるような孔をもつ等方性板に、無限遠比して充分遠方より一様な熱流が作用した場合に板内に生じる熱応力は二つの複素応力関数 $\varphi(z)$ および $\psi(z)$ によつて表わされ、これらの関数は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi(z) &= \bar{g}_1(z) + g_1(z) = A \ln z + \sum_{m=1}^{\infty} A_m z^{-m} \\ \psi(z) &= \bar{A} \ln z - \bar{g}_1(1/z) - \frac{\bar{\omega}(1/z)}{\omega'(z)} [g_1'(z)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上式中の複素係数 A は熱流の方向、強度、対象とする材料の弾性定数ならびに孔の dimension によつて定義された既知定数であり、また A_m ($m=1, 2, \dots$) は A 、 d_0 、 d_n および β_n によつて定めらる複素定数である。

したがつて、式(2)によつて求めた応力関数から、孔縁ならびにその近傍に発生する熱応力は次式より算定される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= 4 \operatorname{Re} [\varphi'(z)] \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2 [z\varphi'(z) + \psi(z)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

つまり、複数個の孔が存在する場合の解析操作は、上記で求めた単一の孔縁ならびにその周辺における応力分布を利用して逐点法 (point matching method) により、複数個の各々の孔縁での有限個の点において境界条件ならびに変位の適合条件と満足させ、繰返し計算によつて連続的に近似解を得るものである。その詳細については文献[3]、[4]を参照されたい。ただし、ここで取扱うような熱応力問題の場合、一回目の繰返し計算が終わつた段階以降では、各回の応力関数 $\varphi(z)$ 、 $\psi(z)$ は式(2)に示した単一項 (thermal dislocation と示

す) のような喰「遠」を生ずる項は除く必要があるのは当然である。

3. 数値計算例

上述した手法を用い、水は、二個の任意形孔ともつ等方性板内の熱応力解析はもとより、それ以上の個数の任意形孔のある問題についても解析が可能であるが、ここでは二個の孔ともつ複連結領域問題についての解析結果の一例を以下に示そう。

Fig. 1 は大きさ、形状の等しい長方形孔($b/a = 2.0$)と $S_0 = 4a$ の中心間隔で設けた等方性板の y 軸方向より熱流が作用した場合に、各々の孔周縁 Σ_1 および Σ_2 に生じる熱応力 σ_θ , σ'_θ を図示したものである。この程度の孔の接近では単一孔の場合(図中に点線で示している)に比し 10% 程度の応力集中の増大が認められる。

Fig. 2 は二個の等しい正方形孔と $S_0 = 2.4a$ の中心間隔で配置した場合に、 x 軸の正方向より熱流がある場合($\beta = 0^\circ$) の σ_θ , σ'_θ の分布を展開図として示したものである。図中の実線は孔 Σ_1 上の接線応力、一点鎖線は Σ_2 上の接線応力である。点線で示したものは一個の正方形孔のみが存在する場合のものである。

なお、ここでは計算例では選点の間隔をそれぞれ a の孔の中心間隔で 5° おき、つまり、孔縁上で 72 個の点で境界条件を満足させ、Fourier 級数の項数を 30 項、繰返し回数 N を 7 回として求めたものである。

その他の計算例ならびに精度の検討については講義会当日に発表する。

参考文献

- 1) 例えば, Florence, A.L., and J.N. Goodier, Jour. of Appl. Mech., Dec. (1960), pp. 635~639
- 2) Hirashima, K., Mem. Fac. Engg., Kyoto Univ. Vol. 34 (1972), pp. 27~52
- 3) 井川義次, 平島健一, 土木学会論文報告集, 41963 (1971), pp. 9~18. 4) 平島健一, 未発表論文

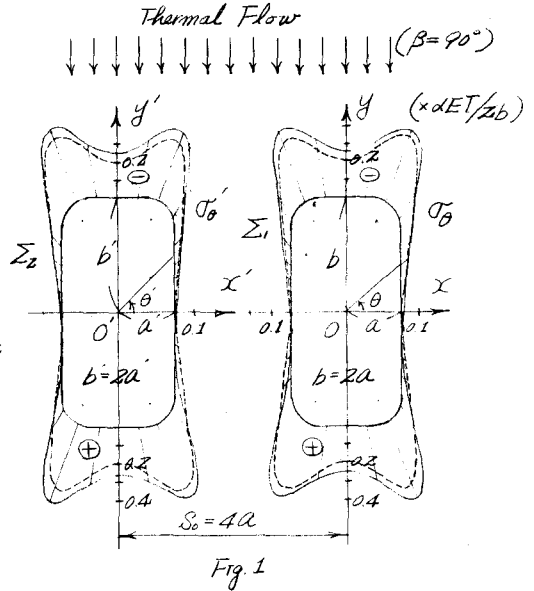


Fig. 1

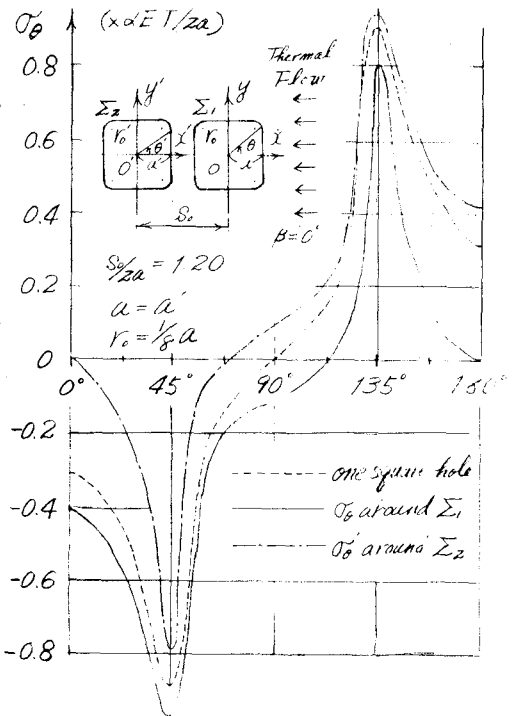


Fig. 2