都市における選択行動の数量化に関する基礎的研究

京都大学　正　天野光三
○ 京都大学　正　青山吉隆

(1). はじめに　都市計画や交通計画のシミュレーション・モデルの作成のためには、対象とする現象の動態を数量的に表現することが必須となる。そして都市の現象の多くは個人や組織の選択行動の結果が現出したものであると考えられる。そこで本研究はこの選択行動を数量化するときの基礎的方法を考察するものである。行動科学的選択モデルには現在のところ2つの仮説がある。1つは古典的消費者行動理論として知られているもので、代替案集合の中から合理的に最適基準によって選択するという仮説であり、他の1つはBarnard, Simonなどによる満足モデルと呼ばれる仮説である。本研究は前者の最適モデルの仮説に基づいて考察を進めていく。

(2) 選択行動の数量的表現

モデルⅠ：まず代替案がA_1とA_2の2つしかない場合でかつ同質とみなされる唯1つのプレイヤー層が選択する場合。プレイヤー層が考慮する情報をそれぞれ$X_1(x_{11}, x_{12}, \cdots, x_{1s})$, $X_2(x_{21}, x_{22}, \cdots, x_{2s})$とし、それぞれの情報因子に賦与する価値の重みを$\omega(\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_s)$とおく。そして$A_1$と$A_2$とに対してプレイヤーの賦与する効用の差 u を式(1)で仮定する。

$$(1)\quad u = \omega_1(x_{11} - x_{21}) + \omega_2(x_{12} - x_{22}) + \cdots\cdots + \omega_s(x_{1s} - x_{2s}) \quad \text{〔仮定 1〕}$$

重み ω はプレイヤーによって少しづつ異なり、プレイヤー層全体では平均値ω_k, 分散σ_k^2, $(k=1,2,\cdots,s)$ の正規分布に従うと仮定する。〔仮定 2〕仮定2より正規分布の再生性の定理を適用すると、uは平均値 α, 分散 β^2 の正規分布に従う。正規密度関数$\varphi(u)$.

$$(2)\quad \varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta}\exp\left\{-\frac{(u-\alpha)^2}{2\beta^2}\right\}, \quad (3)\quad \alpha = \sum_{k=1}^{s}\omega_k(x_{1k} - x_{2k}), \quad (4)\quad \beta^2 = \sum_{k=1}^{s}(x_{1k}^2 + x_{2k}^2)\sigma_k^2$$

仮説よりプレイヤーは効用の大なる代替案を選択する。したがって $u \geq 0$ であればA_1, $u \leq 0$ であればA_2を選択する。よって任意のプレイヤーがA_1を選択する確率 p は

$$(5)\quad p = P_r(u \geq 0) = \int_0^{\infty}\varphi(u)\,du, \qquad (6)\quad \frac{u-\alpha}{\beta} = z$$

ここで式(6)とおくと、式(5)は式(7)となる。

$$(7)\quad p = \int_{-\infty}^{\frac{\alpha}{\beta}}\phi(z)\,dz, \quad \text{ここに}\quad (8)\quad \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}$$

モデルⅡ：つぎに代替案集合$A(A_1, A_2, \cdots\cdot, A_n)$の中から1つの代替案を選択する場合。モデルⅠによって2つの代替案A_iとA_jを比較してA_iを選択する確率 p_{ij}は式(7)で求められる。この式から$n-1$個の独立な確率が$(p_{12}, p_{13}, \cdots\cdot, p_{1n})$と与えられる。ここで集合Aから$A_i$を選択する確率を$\pi_i$ $(i=1,2,\cdots,n)$とおくと、

$$(9)\quad \pi_1 + \pi_2 + \cdots\cdot + \pi_n = 1.$$

また$\{\pi_i\}$と$\{p_{1i}\}$との関係は

$$(10)\quad \pi_1 = p_{1i}(\pi_1 + \pi_i) \quad (i=2,3,\cdots,n)$$

よって式(9)と $n-1$ 個の式(10)を連立して $\{\pi_i\}$, $i=1,2,\cdots\cdots,n$ を求めることができる。

<u>モデルIII</u>：代替案は A_1 と A_2 の２つとする。ただし情報因子の中の１つ x_{1s}, x_{2s} が需要 D_1, D_2 の関数であり、かつ D_1, D_2 が時刻 t の関数である場合。t において、A_1 を選択する確率 $p(t)$ は、t における情報因子を $x_{1s}(t)$, $x_{2s}(t)$ とすると、

$$(11)\quad p(t)=\int_{-\infty}^{\frac{\alpha(t)}{\beta(t)}}\phi(z)\,dz,\quad \text{ここに}\begin{cases}(12)\quad \alpha(t)=\sum_{k=1}^{s-1}\omega_k(x_{1k}-x_{2k})+\omega_s(x_{1s}(t)-x_{2s}(t))\\(13)\quad \beta^2(t)=\sum_{k=1}^{s-1}\sigma_k^2(x_{1k}^2+x_{2k}^2)+\sigma_s^2(x_{1s}^2(t)+x_{2s}^2(t))\end{cases}$$

一方 $x_{1s}(t)$, $x_{2s}(t)$ は t までの A_1, A_2 への需要 $D_1(t)$, $D_2(t)$ の関数として、

$$(14)\quad x_{1s}(t)=f_1(D_1(t))\quad,\quad(15)\quad x_{2s}(t)=f_2(D_2(t))$$

さらに時刻 $\tau\sim\tau+d\tau$ の間に $\delta(\tau)d\tau$ の需要があったとすると、

$$(16)\quad D_1(t)=\int_0^t p(\tau)\delta(\tau)\,d\tau\quad,\quad(17)\quad D_2(t)=\int_0^t(1-p(\tau))\delta(\tau)\,d\tau$$

よって以上の式から、時刻と共に変化する需要 $\delta(t)dt$ に応じて変化する選択過程をシミュレートできる。このとき $p(t)$ の時刻による変化は

$$(18)\quad \frac{dp(t)}{dt}=\phi\left(\frac{\alpha(t)}{\beta(t)}\right)\frac{d}{dt}\left(\frac{\alpha(t)}{\beta(t)}\right)=\phi\left(\frac{\alpha(t)}{\beta(t)}\right)\cdot\frac{1}{\beta(t)}\left\{\frac{d\alpha(t)}{dt}-\frac{\alpha(t)}{\beta(t)}\cdot\frac{d\beta(t)}{dt}\right\}$$

選択が確率的に定常となるのは $dP(t)/dt=0$. の時刻であり、一般に $\phi\left(\frac{\alpha(t)}{\beta(t)}\right)\neq0$ であるから、$\{d\alpha(t)/dt\}/\{d\beta(t)/dt\}=\alpha(t)/\beta(t)$ のときである。

<u>モデルIV</u>：つぎに価値の重み ω がまったく異質な２つのプレイヤー層が A_1 と A_2 を選択する場合。プレイヤー層 a と b にとって、A_1 と A_2 との効用の差が U_a, U_b であり、それぞれ平均値 α_a, α_b, 分散 β_a^2, β_b^2 の正規分布に従うとすると、時刻 t において、プレイヤー層 a, b の任意のプレイヤーが A_1 を選択する確率 $P_a(t)$, $P_b(t)$ は、

$$(19)\quad P_a(t)=\int_{-\infty}^{\frac{\alpha_a(t)}{\beta_a(t)}}\phi(z)\,dz\quad,\quad(20)\quad P_b(t)=\int_{-\infty}^{\frac{\alpha_b(t)}{\beta_b(t)}}\phi(z)\,dz$$

ここに

$$(21)\quad \alpha_a(t)=\sum_{k=1}^{s-1}\omega_{ak}(x_{1k}-x_{2k})+\omega_{as}(x_{1s}(t)-x_{2s}(t))$$

$$(22)\quad \beta_a^2(t)=\sum_{k=1}^{s-1}\sigma_{ak}^2(x_{1k}^2+x_{2k}^2)+\sigma_{as}^2(x_{1s}^2(t)+x_{2s}^2(t))$$

$$(23)\quad x_{1s}(t)=f_1(D_{a1}(t)+D_{b1}(t))\quad,\quad(24)\quad x_{2s}(t)=f_2(D_{a2}(t)+D_{b2}(t))$$

$$(25)\quad D_{a1}(t)=\int_0^t P_a(\tau)\delta_a(\tau)\,d\tau\quad,\quad(26)\quad D_{a2}(t)=\int_0^t(1-P_a(\tau))\delta_a(\tau)\,d\tau$$

プレイヤー層 b の式は省略。$D_{a1}(t)$ は時刻 t までの A_1 へのプレイヤー層 a の需要。$\delta_a(\tau)d\tau$ は $\tau\sim\tau+d\tau$ の間のプレイヤー層 a の需要。

この場合は、プレイヤー層 a と b の選択の結果が、次の時刻のそれぞれの選択に需要変化を媒介として影響する相互作用のある選択過程である。

(3). <u>むすび</u>　若干の仮定の実証、多くのパラメーター、関数形の推定方法、さらに複数のプレイヤー層、複数の代替案、t によって変化する複数の情報因子のある場合についての展開は今後の課題としたい。

・加藤晃, "道路網における交通流配分の基礎的考え方について" 第8回日本道路会議論文集

・坂下昇, "A Microscopic Theory of Traffic Assignment" RSA, 1963.