III-34　　帯状荷重による地盤内応力について.

京都大学工学部　正員　島 昭治郎
建設省　正員　○吉谷 進

1. はじめに

ここ数年来つづけて来た研究の一環として、異方圧密粘土の応力−ひずみ関係を求め、その応用として、有限要素法により帯状荷重をうけた正規圧密粘土の地盤内応力を計算した。ここでは、応力比 $\tau_{oct}/\sigma_m'=k$ を一定に保ちながら圧密(異方圧密)した飽和粘土を取扱う。

2. State Surface および Swelling Wall

これまで述べて来たように、粘土の微小体積変化を、圧密による微小変化量と、ダイレイタンシーによる微小変化量の和であると考え、次式で与えられるものとする。[1]

$$de = de^E + de^P = -\lambda\frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} \mp (1+e_0)\mu\left(\frac{d\tau_{oct}}{\sigma_m'} - \frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'}\frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'}\right) \qquad (1)$$

$$de^E = -\kappa\frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} \qquad (2)$$

ここで複号記号の上側は、$\tau_{oct}/\sigma_m' \geqq k$ の状態(Active State または Compression)を示し、下側は、$\tau_{oct}/\sigma_m' < k$ の状態(Passive State または Extension)を示す。また、ここでは τ_{oct} に正負を考えている。すなわち、軸対称の場合、σ_r' がだんだん増加して σ_r'/σ_a' が1より大きくなると、τ_{oct} は負であると考える。

式(1)(2)を、境界条件 $\tau_{oct}=k\sigma_{m0}'$, $\sigma_m'=\sigma_{m0}'$, $e=e_0$ のもとで解く,

$$e = e_0 - \lambda\ln\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \mp (1+e_0)\mu\left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'} - k\right) \qquad (3)$$

$$e = e_0 - \kappa\ln\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \qquad (4)$$

式(3)(4)は、粘土の応力と間げき比の関係を与え、($\tau_{oct}, \sigma_m'; e$)空間(State Space)で、それぞれ、曲面 State Surface, Swelling Wall を与える。これらの曲面は、直線群からなる曲面である。

3. State Path および Stress Path

粘土の状態は、State Space 内の1点(State Point)で示され、その軌跡を State Path、また、State Path の(τ_{oct}, σ_m')空間(Stress Plane)への投影を Stress Path と名づける。State Path は、せん断条件の表わす面と Swelling Wall および State Surface の交線として求まる。したがって、非排水せん断の場合、その条件式 $e=e_i$ を式(3)(4)に代入すると、非排水せん断の Stress Path として、次式が求まる。

$$\tau_{oct} = k\sigma_m' \mp \frac{\sigma_m'}{(1+e_0)\mu}\left\{\lambda\ln\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} - \kappa\ln\frac{\sigma_{mi}'}{\sigma_{m0}'}\right\} \qquad (5)$$

$$\sigma_m' = \sigma_{mi}' \qquad (6)$$

4. Normality および Critical State

Drucker らの Normality の概念 式(7)(8)が粘土にも適用できると仮定し、議論を進める。

$$\left\{\begin{array}{ll}\frac{1}{3}\, dv^P = \frac{\Lambda}{3}\,\frac{\partial f}{\partial \sigma_m'} & (7)\\ d\gamma_{oct}^P = \frac{\Lambda}{3}\,\frac{\partial f}{\partial \tau_{oct}} & (8)\end{array}\right.$$

ただし、Yield Locus $f=0$は、Calladine[2]に従い次式(9)で与えられるものとする。

$$f = \left|\frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'} - k\right| + \frac{\lambda-\kappa}{(1+e_0)\mu}\ln\frac{\sigma_m'}{\sigma_{my}'} = 0 \qquad (9)$$

このとき、Roscoeら[3]の定義したCritical State Lineは次式(10)(11)で与えられる。

$$\left\{\begin{array}{ll}\frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'} = \pm\frac{\lambda-\kappa}{(1+e_0)\mu} & (10)\\ e = e_0 - (\lambda-\kappa) \pm (1+e_0)\mu k - \lambda\ln\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} & (11)\end{array}\right.$$

5. Stress-Strain Relation

塑性体積ひずみ増分dv^Pには、次式(12)の関係がある。

$$dv^P = dv - dv^E = -\,{}^{1}/_{(1+e)}\cdot(de - de^E) \qquad (12)$$

この式に式(1)(2)を代入するとdv^Pが求まり、さらに式(7)(8)(9)(3)を用いるとdv^P, $d\gamma_{oct}^P$が求まる[4]。ここでは、非排水せん断の場合だけを述べる。このとき、$v=0$であり、$d\gamma_{oct}^P$の式にStress Path式(5)を代入し積分すれば式(13)が求まる。ただし$d\gamma_{oct}^E=0$と考えた。

$$\gamma_{oct} = \mp\frac{\frac{\kappa}{3\lambda}}{\frac{1}{\mu} - \frac{\kappa}{(1+e_0)\mu}\ln\frac{\sigma_{mp}'}{\sigma_{m0}'}}\,\ln\frac{\frac{\lambda-\kappa}{(1+e_0)\mu} \mp \frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'}}{\frac{\lambda-\kappa}{(1+e_0)\mu}\left\{\ln\frac{\sigma_{mp}'}{\sigma_{m0}'} + 1\right\} \mp k} \qquad (13)$$

ここで、初期条件として、粘土がInitial Yieldしたときのひずみを0とした。

$$\gamma_{oct} = 0 \quad \text{at} \quad \tau_{oct} = \tau_{oct\,p},\ \sigma_m' = \sigma_{mp}' \qquad (14)$$

式(13)中の$\sigma_{mp}'/\sigma_{m0}'$は、過圧密比の逆数になっている。

6. 有限要素法による地盤内応力の計算

式(13)の非線型弾塑性応力ーひずみ関係式を使い、有限要素法(接線弾性係数を用いる荷重増分法[5])により帯状荷重をうけた正規粘土地盤の非排水状態における地盤内応力を計算した。計算に用いた地盤のモデルおよび計算結果については、当日図によって説明するのでここでは、結論を箇条書きにする。

(1) 応力分布については、有限要素による計算結果は、弾性論による応力分布と、この場合、よい一致を示した。

(2) この場合、Passive State ($\tau_{oct}/\sigma_m' < k$)にある領域が、すべり線場の理論でいう受働領域とよく一致した。

参考文献

1) Hata, Ohta & Yoshitani "On the State Surface of Soils" (1969) J.S.C.E No. 172
2) Calladine, C.R. Correspondence Géotech. 13. pp. 250 (1963)
3) Roscoe, Schofield & Wroth "On the Yielding of Soils" Géotech. 8. pp. 22-53 (1958)
4) 吉谷 進 "帯状荷重をうけた地盤の変形解析について" (1971) 京都大学修士論文.
5) Zienkiewicz & Cheung (吉識 訳) "マトリックス有限要素法" (1970) 培風館.