

京都大学工学部 正 員 赤 井 浩 一
 京都大学大学院 学生員 ○岡 野 眞 久

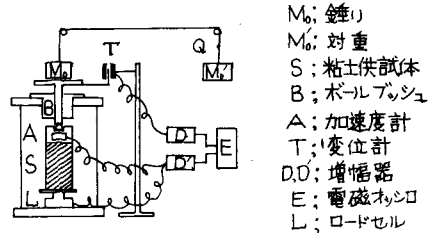
1. まえがき 粘土の振動減衰特性の振動数依存性を通じて、ある振動数範囲での変形特性を線形粘弾性の立場から説明することを試みた。

2. 実験の概要と結果 表-1に示すような物理的性質をもつ粘土供試体(直径35mm, 高さ80mm)を図-1に示す実験装置にすえつけ、ある瞬間にQ点で糸を切断して供試体にステップ的荷重を加え、同時に供試体上端部の変位、加速度、下端部での圧力を測定した。実験記録の一例

表-1 粘土試料の物理的性質

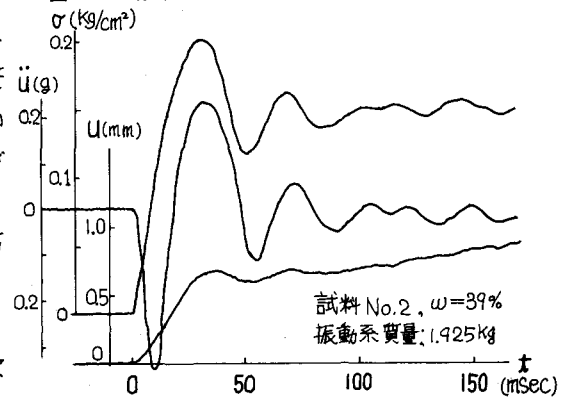
試料番号	No. 1	No. 2
比重	2.67	2.73
粘土分	39%	23%
シルト分	44%	57%
砂分	17%	20%
含水比	40~45%	36~40%
液性限界	52.8%	48.9%
塑性指数	27.2%	24.4%

図-1 実験装置



を図-2に示す。ほぼ同じ含水比をもつ供試体について上載荷重 M_0 を変化させて、一連の振動実験を行ない、加速度記録の自由振動とみなせる部分の対数減衰率 δ_T と周期 T を求め、 δ_T/π と振動数 f について整理した(図-3)。また同じ試料について側圧 $\sigma_3=1 \text{ kg/cm}^2$ のもとでの同様な自由振動実験と振動三

図-2 測定記録の一例

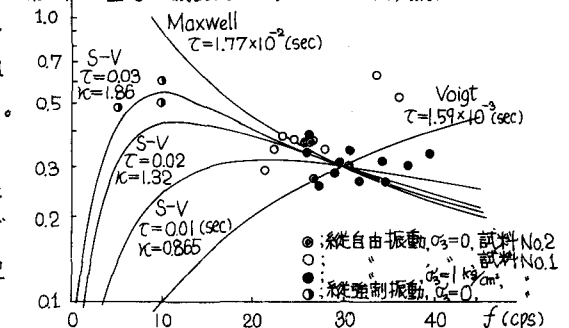


軸試験機による強制振動実験から求めた δ_T/π と f の関係も参考として示しておいた。以上のデータは赤井・山内¹⁾に発表されたものを再整理したものである。調べた振動数範囲は狭いものであるが、粘土の δ_T/π の振動数依存性がそれほど大きくないと言えそうである。²⁾

3. 線形粘弾性モデルによる説明 線形粘弾性論によれば複素弾性率 E^* を $E^* = E' + iE''$ と表わすとき、応力とひずみの位相差 δ は $\tan \delta = E''/E'$ となる。また減衰を表わす無次元量 Q^{-1} は、調和振動系のポテンシャル・エネルギーの振幅を E 、1サイクルの間に逸散するエネルギーを ΔE とすると $Q^{-1} = \Delta E / 2\pi E$ で定義される。 $Q^{-1} \ll 1$ なるときには次の近似関係がある。

$$Q^{-1} \approx \tan \delta \approx \delta_T / \pi \quad (1)$$

いまVoigt, Maxwell, ばねとVoigtを直列にしたモデル(以後S-Vモデルと略す)の3つのモデルについて Q^{-1} を角速度 ω 、振動数 f 、ばね定数 k_1, k_2 、粘性定数 C_2 で表わす(図-4参照)。

図-3 振動実験より求めた $f-Q^{-1}$ の関係

Voigt モデル; $Q^{-1} = \omega\tau = 2\pi f\tau$, ここに $\tau = C_2/k_2$, Maxwell モデル; $Q^{-1} = 1/\omega\tau = 1/2\pi f\tau$, ここに $\tau = C_2/k_1$ } (2)
 S-V モデル; $Q^{-1} = \kappa\omega\tau / \{(1+\kappa) + \tau^2\omega^2\} = 2\pi\kappa f\tau / \{(1+\kappa) + 4\pi^2\tau^2 f^2\}$, ここに $\kappa = k_1/k_2$, $\tau = C_2/k_2$

実験の結果は $\delta\tau/\pi \ll 1$ ではなく近似には無理があるが、式(1),(2)で表わされると仮定し、 $f=30$ cps に対して $Q^{-1} = \delta\tau/\pi = 0.3$ となるように κ と τ を決めた。Voigt, Maxwell 両モデルに対しては τ が一意に決まる。S-V モデルについては強制振動の Q^{-1} をも考慮して、 $\tau = 0.02 \sim 0.03$ (sec), $\kappa = 1.0 \sim 2.0$ となると考えられる。これらの Q^{-1} と f の関係を図-3に記入した。

4. 解析例 今回は上のようにして得たパラメーターを用いて S-V モデルで縦衝撃振動記録の説明を試みた。振動系を図-4のようにモデル化する。振動方程式は $M\ddot{u} + P(t) = F(t)$ と $\dot{P}(t) + \frac{k_1+k_2}{C_2}P(t) = k_1\dot{u} + \frac{k_1\cdot k_2}{C_2}u$ より

$$\ddot{u} + \frac{k_1+k_2}{C_2}\dot{u} + \frac{k_1}{M}\dot{u} + \frac{k_1\cdot k_2}{GM}u = \frac{k_1+k_2}{C_2M}F(t) + \frac{1}{M}\dot{F}(t) \quad (3)$$

となる。M は Rayleigh の方法による振動系質量を用いた。式(3)をステップ載荷, $u(0)=0$, $\dot{u}(0)=0$, $\ddot{u}(0)=0$ なる条件で解いて次式を得た。

$$u(t) = \frac{F_0}{M\omega_0} \left\{ 1 + A_1 e^{\alpha_0 t} + e^{\beta_0 t} (B_1 \cos \gamma_0 t + C_1 \sin \gamma_0 t) \right\} \quad (4)$$

$$P(t) = F_0 \left\{ 1 + A_2 e^{\alpha_0 t} + e^{\beta_0 t} (B_2 \cos \gamma_0 t + C_2 \sin \gamma_0 t) \right\} \quad (5)$$

ここに $\alpha_0, \omega_0, (\beta_0 + i\gamma_0)\omega_0, (\beta_0 - i\gamma_0)\omega_0$ は 3 次代数方程式 $S^3 + \{(\kappa+1)\omega_0/\tau\}S^2 + \{\kappa(1+\omega_0^2\tau^2)\}S + \{\kappa(1+\omega_0^2\tau^2)\} = 0$ の 3 根であり、 $\kappa = k_1/k_2$, $\tau = C_2/k_2$, $\omega_0 = \sqrt{k_1 k_2 / (k_1 + k_2) M}$, $T = \omega_0 \tau$, $\zeta = \omega_0 \tau$ である。 $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ はいずれも $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ で表わされる。 ω と ω_0 との関係は ω_0 と γ_0 の数値計算の結果から求めた。その結果が図-5に示されている。次に立ち上り時間を有するステップ載荷に対する系の応答を式(4),(5)を用いて次式により計算した。

$u(t) = \int_0^t [u(t-t')] \frac{dF}{dt'} dt'$, $P(t) = \int_0^t [P(t-t')] \frac{dF}{dt'} dt'$ (6)
 測定データのうち平均的なものを 1 つ選び、以上のようにして得た計算値とそれぞれ無次元化して比較した(図-6)。

5. 結び 今回用いたデータは振動の幾何学的減衰や三軸装置ピストン部の摩擦による減衰を含んでいてすべてが粘土の内部摩擦によるものとは認められないが、一自由度の振動モデルで解析する際の土のモデル化の一方法と考えることができよう。

参考文献 1) 赤井, 山内; 衝撃的荷重に対する飽和粘土の応答特性, 土木学会論文集第 149 号, 1968

2) 嶋, 工藤; 軟弱な地層における S 波の減衰, 第 3 回日本地震工学シンポジウム, 1970

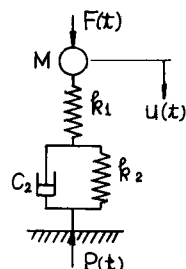


図-5 ω と ω_0 の関係

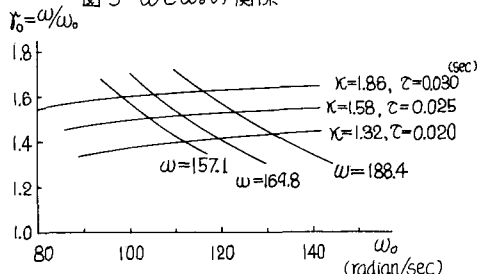


図-6 測定値(試料 No.2, $\omega=36\%$, $M=3425$ kg)と計算値($\kappa=1.58$, $\tau=0.025$ sec, $f=30.4$ cps)との比較

