

透水係数の異なる滞水層の流れ

神戸大学工学部 正会員 田中 茂
大阪市役所 正会員 ○ 龜田 浩

自由地下水の運動を取り扱う場合、一様な滞水層として考えることが多い。しかし、実際の滞水層は透水係数の異なる層からなっていることがしばしばである。そこで滞水層のモデルとして一様なものを含めて4つ考えたが紙面の都合で2つだけを紹介する。

まず、左右で層が異なる場合を考えよう。このモデルは図-1に示されているように、(I)と(II)で透水係数および有効間隙率が違っている。そして、初期水位としては h_0 が与えられ、 $x=0$ および $x=l$ の境界面における水位はそれぞれ h_1 , h_2 である。

$x=a_0$ という断面が滞水層内の境界面になっている。 $x=0$ における水位は h_1 から h_0 まで急激に上昇するものとする。

(I)の透水係数、有効間隙率はそれぞれ k_1 , m_1 であり、(II)の透水係数、有効間隙率はそれぞれ k_2 , m_2 である。

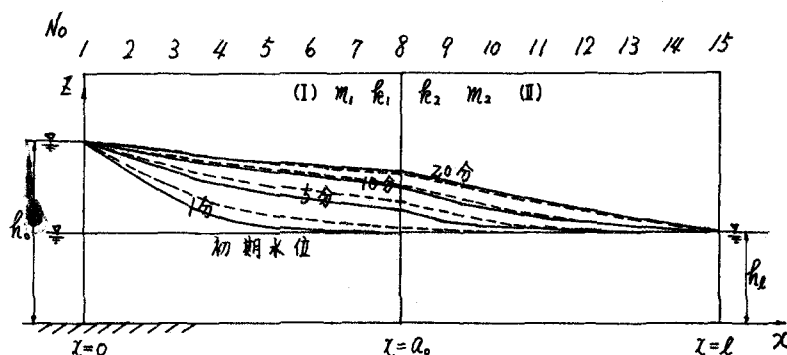


図-1 左右で層が異なる場合

$$q = -k_1 h \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

ただし、 q は単位時間あたりの流量、 h は水位、 k は透水係数である。

(1)式と連続の法則を用いると(2)式で示されるような基本式が得られる。

$$h_{n,s+1} - h_{n,s} = \frac{k(a,t)}{2(a)^2 m} (h_{n+1,s}^2 + h_{n-1,s}^2 - 2h_{n,s}^2) \quad (2)$$

m は有効間隙率であり、 $m = (10 - S_r)n$ で定義される。 n は間隙率、 S_r は飽和度である。サフィックスの n , s はそれぞれ場所、時間を表わす。(2)式と(1)の層、(II)の層にそれぞれ適用すればよい。

つぎに、 $x=a_0$ という断面において(1)の層から流入する量と(II)の層へ流出していく量が等しいという仮定を使う。それを差分式で表示すれば(3)式となる。

$$k_1 (h_{n,s} - h_{n-1,s}) = k_2 (h_{n+1,s} - h_{n,s}) \quad (3)$$

したがって、このモデルの理論値は(2), (3)式によって得られ、それは図-1において実線で示されている。破線は実験値である。

上下で層が異なっている場合を考えよう。このモデルは図-2で示されているように、下の層の厚さが d で、その上に透水係数の異なる層がのっている。初期水位は h_0 であり、 $x=0$ 、 $x=l$ における水位は h_0 、 h_l である。このモデルの解析には

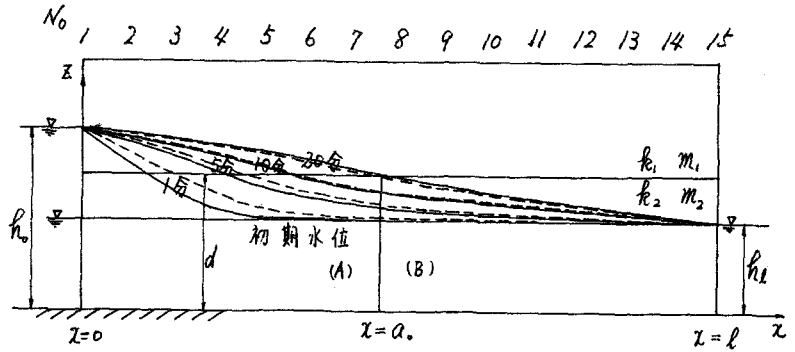


図-2 上下で層が異なる場合

(4)式で示されるポテンシャルを使う必要がある。

$$\varphi(x, t) = \int_0^h (h-z) k(z) dz \quad (4)$$

$\varphi(x, t)$ を x で微分すれば、単位幅あたりの流量を示す。その流量の変化($\partial q_s / \partial x$)が $m h$ という量の時間的变化によって補われるものと考えれば、(5)式で表わされる基本式が得られる。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \quad (5)$$

ただし、 $a^2 = \frac{1}{m} \int_0^h k(z) dz$ であり、この値の変化はゆっくりしたものであり、定数とおけるものとする。このモデルでは、 $x=a_0$ より右と左において φ および a^2 の値が異なるので(A),(B)それぞれ、において(5)式のようなタイプの微分方程式が求まる。それは(6)式である。

$$\frac{\partial \varphi_A}{\partial t} = a_A^2 \frac{\partial^2 \varphi_A}{\partial x^2} \quad \frac{\partial \varphi_B}{\partial t} = a_B^2 \frac{\partial^2 \varphi_B}{\partial x^2} \quad (6)$$

(6)式に対してTaylor展開を適用して差分表示すれば(7)式となる。サフィックスの i は場所を示す。

$$\begin{aligned} \varphi_{i,s+1} - \varphi_{i,s} &= \frac{a_A^2(\Delta t)}{(\Delta x)^2} (\varphi_{i-1,s} - 2\varphi_{i,s} + \varphi_{i+1,s}) \\ \varphi_{i,s+1} - \varphi_{i,s} &= \frac{a_B^2(\Delta t)}{(\Delta x)^2} (\varphi_{i-1,s} - 2\varphi_{i,s} + \varphi_{i+1,s}) \end{aligned} \quad (7)$$

$x=a_0$ における φ を φ_a とすれば、 $\varphi_a = -\frac{k_2}{2} d^2$ となる。(7)式から理論値を求めるのであるが、 φ の値が φ_a より大きい、小さいかによって(7)式の上式を用いるか下式を用いるかをチェックしなければならない。 φ が φ_a よりも小さい場合は上式で計算し、逆の場合は下式で計算する。(7)式から求められた φ の値を(6)式で水位に戻せば、このモデルに対する非定常状態の水位曲線が得られ、図-2において実線で示されている。破線は実験値を表わしている。2つのモデルに対する理論値と実験値を比較した場合、時間が5分位までは両者に差異が認められるが、それ以降定常状態に近づくとかなり一致しているように思われる。その原因には、理論値を求める場合、透水係数、有効間隙率を定数としていること、 z 方向の流れを無視していること、実験において毛管水が大きく影響していることなどが考えられる。