

ここに \$S\$ は横断面であり、\$n\$ は \$S\$ に立てた外向きの法線である。連続方程式は

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u h) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v h) = 0, \text{ または } \frac{d}{dx} \int_0^{\infty} \rho u h dy = -\rho_2 v_{\infty} h \quad (5)$$

で、質量保存式である。しかし基礎式が(4)(5)式のみでは条件式不足であるので、いま一つの条件式を必要とする。本来これには \$y\$ 方向の運動量方程式を用いるのが妥当であるが、これは解析困難であるため、従来の plume 問題に体積保存式と称して用いられる \$\rho = \text{const}\$ とした連続方程式

$$\frac{\partial}{\partial x}(u h) + \frac{\partial}{\partial y}(v h) = 0, \text{ または } \frac{d}{dx} \int_0^{\infty} u h dy = -v_{\infty} h \quad (6)$$

を用いる。この意味は、流体が非圧縮性で、淡水海水間の密度変化では体積が変らないこと、またこの程度の密度変化では、強混合としての噴流の混合モデルを根本的に変えることはないと考えられる。 (5)(6)式より \$v_{\infty}\$ が直ちに消去されて

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_2}\right) u h dy = 0 \quad (7)$$

\$u, \rho, h\$ に (1)(2)(3) 式を代入し、\$x = X e\$ で \$u_m = u_0, C_m = 0\$ の条件で解くと、

$$U_m \cdot X^2 (1 - C_m) = 1, \text{ ここに } U_m = u_m / u_0, X = x / x_e, u_0: \text{ 河口の流速} \quad (8)$$

一方、運動量方程式(4)式の \$S\$ には、図-1 に示すように \$x_1, x_2\$ の二断面で囲まれる角錐台を考える。\$y\$ 方向の長さ \$B_{j1}, B_{j2}\$ は自己保存流の限界、即ち plume の拡散幅を示すもので、そこでこの水理特性から(4)式左辺 [] 中の \$\rho\$ 2 項、右辺の \$\rho\$ 2 項は共に 0 である。残る項のうち、\$\rho\$ に関しては密度が \$x\$ 方向に一様であることから \$\rho_2 = \rho g x\$ とおける。ただし、水面は水平面とし、流出による水面上昇量は一切無視している。(4)式を計算するに当たって、(3)式を考慮し、最後に \$x_2 - x_1\$ を小さくにとって \$dx\$ とおくと、

$$\frac{d}{dx} \left[x \int_{-\frac{1}{2} B_j}^{\frac{1}{2} B_j} \rho u^2 dy + \rho g \left\{ \frac{1}{2} x^2 \int_{-\frac{1}{2} B_j}^{\frac{1}{2} B_j} \rho dy - F(x) - \frac{1}{6} \rho_2 x^3 \right\} \right] = 0 \quad (9)$$

ここに \$F(x)\$ は不定積分 \$F(x) = \int \left[\int_{-\frac{1}{2} B_j}^{\frac{1}{2} B_j} \rho dy \right] x \cdot dx\$, また \$\rho = \frac{dB_j}{dx}\$

(9)式中、積分の範囲 \$\pm \frac{1}{2} B_j\$ は \$\pm \frac{1}{2} \rho x\$ とおける。(9)式で \$\rho = \rho_1 = \rho_2 (= \text{一定})\$ とおけば、[] 中 \$\rho\$ 2 項が 0 となり、密度差のない噴流の運動量保存則に帰着する。(9)式に(1)(2)式を代入して整理すると

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \rho_2 u_m^2 x - \frac{1}{\sqrt{2+\mu}} (\rho_2 - \rho_1) (1 - C_m) u_m^2 x^2 - \rho_2 (\rho_2 - \rho_1) g \left[\frac{1}{2} (1 - C_m) x^3 + \int (1 - C_m) x^2 dx \right] = \text{const} \quad (10)$$

$$\text{または } \frac{1}{\sqrt{2}} U_m^2 X - \frac{\Delta \sigma'}{\sqrt{2+\mu}} (1 - C_m) U_m^2 X^2 - \frac{\rho'}{F_r^2} \left[\frac{1}{2} (1 - C_m) X^3 - \int (1 - C_m) X^2 dX \right] = \text{const}$$

ここに \$\rho' = \rho / (\alpha \beta)\$, \$\alpha = h_0 / B_0\$, \$\beta = B_0 / x_e\$, \$\rho = dh/dx\$ (海底勾配)

\$\Delta \sigma' = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2\$, \$F_r^2 = u_0^2 / \Delta \sigma' g h_0\$ (内部 Froude 数)

(8)(10)式より \$C_m\$ を消去し、\$X\$ で一回微分すると

$$\frac{dU_m}{dX} = - \frac{\sqrt{2} U_m^2 X + \frac{1}{2} \frac{\rho'}{F_r^2} \frac{1}{U_m}}{\sqrt{2} U_m X^2 + \frac{1}{2} \frac{\rho'}{F_r^2} \frac{X}{U_m} - \frac{\Delta \sigma'}{\sqrt{2+\mu}}} \quad (11)$$

(11)式を $X=1$ のとき $U_m=1$ の条件で計算し、求めた U_m を(8)式に代入すれば C_m の分布もわかる。なお、(11)式において $\Delta\sigma' \rightarrow 0$, $Fr^2 \rightarrow \infty$ とすれば解は $U_m=1/X$ となり、三次元噴流の流速分布と一致する。

2. 計算結果と検討 海底勾配 R , および α, β は河口、海域の地形によって決まる値で、これから作られる $R' = R/(\alpha\beta)$ は地形係数としても名付けられよう。また Fr^2 は内部 Froude 数, $\Delta\sigma' = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$ は淡水海水の密度より通常 $1/40$, α は式の中で X_e の値に包含されてしまっているが Albertson²⁾ の実験より $\alpha=42$, μ は本来未知な値であるが Abraham³⁾ の plume の実験より $\mu=0.8$ 程度と考えられ、以上の値を用いて(11)式が計算できる。これらの係数の値は、我が国の河川を想定して以下の表のような値をとると推定される。紀の川についてはその詳細な値を付記してみた。

	B_0 m	R_0 m	U_0 m/sec	R	$\alpha = \frac{R_0}{B_0}$	$\beta = \frac{B_0}{X_e}$	$R' = \frac{R}{\alpha\beta}$	Fr^2	$\frac{R'}{Fr^2}$	$\Delta\sigma'$	μ
(小河川)	約 100	2~3	4~5	1/40	1/40	1/5	5	30	1/6	1/40	0.8
(大河川)	約 500	4~8	2~3	1/100	1/100	1/5	5	5	1	1/40	0.8
紀の川	480	5.54	2.50	1/100	1/87	1/5	4.35	4.61	0.94	1/40	0.8

$R'/Fr^2 = 0, 1/6, 1$ のときの U_m, C_m の値を計算したのが図-2 である。 $R'/Fr^2 = 0$ は密度が一定の流体による河口流出に相当する。図-2 より、流速に関しては、大河川になる程減衰が著しく、濃度に関してはかなり沖合にならなると軸上濃度は海水に等しくなると予想される。

以上のように、河口流出に plume とみならず解析法では、その一般的特性を把握するには役立つが、実際には解析可能なためだけの諸近似に若干の向題がある。すなわち、(1) 流速、濃度の分布を仮定して、その相似性が保たれるとみる。(2) 流速、濃度分布が鉛直方向に一定とみなす。(3) 海域での潮汐振動、海流、波浪、海底摩擦などの影響を無視する。(4) 水面は水平とし水面上昇は考えない。(5) 地形を単純化している。などがあげられ、今後この諸近似をある程度実情に合う条件にして解析に導入することは可能であるが、実際河川の河口流出にはやはり数値解析の手法が必要となろう。

参考文献

- 1.) 柏村正和 他; 河口の流れの構造, 河口流の実態, 才15~17回「海講」講演集, 昭43~45.
- 2.) M.L. Albertson et al.; Diffusion of Submerged Jets, Trans. ASCE, vol. 115, 1950.
- 3.) G. Abraham; Horizontal Jets in Stagnant Fluid of Other Density, Proc. ASCE, HY.4, vol. 91, 1965.

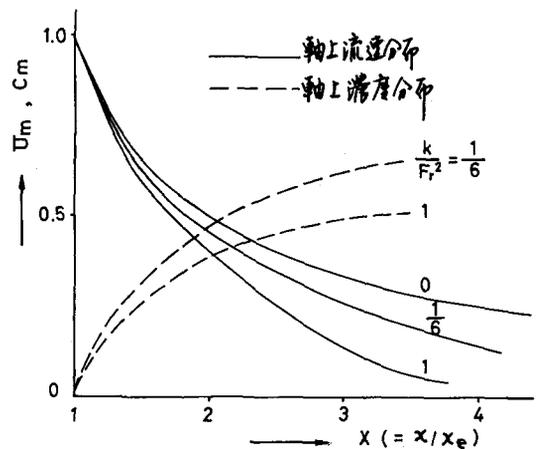


図-2 噴流軸上の流速及び濃度分布