

京大防災研 正員 今本博健

乱れ速度が平均流速に比し十分小さい場合、乱れの様相(pattern)は変形されることなく平均流とともに流下するという、いわゆる凍結乱流(frozen turbulence)の仮定がTaylor¹⁾によって導入されて以来、この仮定は一般の乱れ解析に広く用いられてきている。しかしながら、粘性流体の乱流においては、Reynolds応力の効果により平均流のエネルギーはまず大きなスケールの乱れのエネルギーに変換され、大きなスケールの乱れはさらに小さなスケールの乱れへと分割されつつ、ついには粘性の効果により乱れのエネルギーは熱となって消散されるという、エネルギーカスケード過程を繰り返していることから知られるように、乱れは流下にともない減衰と再成を絶え間なく繰り返しており、凍結乱流の仮定は完全には満足されないものと考えられる。以下においては、乱れの空間特性を示す位相速度について若干の考察を行なうとともに、実際の流れにおける位相速度の奥例について示す。

1. 位相速度の特性

乱れが完全に凍結されていると考えられる場合、平均流の方向にズだけ離れた2点の乱れ速度に関する相互相関係数 $R(x)$ は1点における自己相関係数 $R(\tau)$ との間に

$$R(x) = R(\tau = x/U) \quad (1)$$

という関係が成立する。したがって、コヒーレンス $C_x^2(f)$ および位相差 $P_x(f)$ はつぎようになる。

$$C_x^2(f) = \frac{P^2(f) + Q^2(f)}{S^2(f)} = 1 \quad P_x(f) = \tan^{-1} \frac{Q(f)}{P(f)} \quad (2)$$

ただし、 $S(f)$: (auto) power-spectrum, $P(f)$: co-spectrum, $Q(f)$: quadrature-spectrum. したがって、位相速度(phase velocity)あるいは輸送速度(convection velocity) $u_p(f)$ は

$$u_p(f) = \frac{2\pi f x}{P_x(f)} = U \quad (3)$$

となり、 f に関係なく平均流速 U に一致することになる。

以上のような完全凍結乱流は実際にはほとんど起り得ない。Lumley²⁾によると乱れ速度のRMS w と U との比が小さい場合、 $u_p(f)$ と U との比は近似的につぎのように表わされる。

$$\frac{u_p(f)}{U} = \left\{ 1 - \left(\frac{w}{U} \right)^2 \left(2 + f \frac{S'(f)}{S(f)} \right) \right\}^{-1} \quad (4)$$

ここに、 $S(f)$ および $S'(f)$ は1点における乱れ速度のパワースペクトルおよび f に関する微係数を表わす。(4)より $u_p(f)$ は一般に U より大きく、慣性領域においては f に関係しなくなることがわかる。

凍結乱流とみなせない場合、すなわち不凍結乱流(non-frozen turbulence)の場合の位相速度についてはつぎのようにしてその特性を知ることができる。いま、(同時)空間相関係数 $R(\tau, x)$

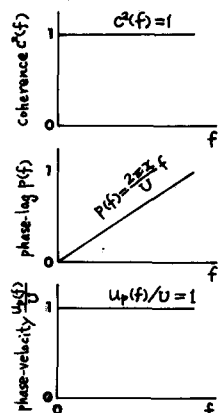


図-1 完全凍結乱流の特性

および自己相関係数 $R(\frac{\tau}{t_0})$ をつぎのように表わせると仮定する。すなわち、

$$R(\frac{\tau}{t_0}) = 1 - (\frac{\tau}{t_0})^l \quad \text{for } \frac{\tau}{t_0} \ll 1, \quad R(\frac{\tau}{t_0}) = 1 - (\frac{\tau}{t_0})^m \quad \text{for } \frac{\tau}{t_0} \gg 1 \quad (5)$$

小倉³⁾あるいは小倉の理論を一般化したGifford⁴⁾によると、 l は乱れの強さにほとんど関係なく $l = \frac{2}{3}$ となるのに対し、 m は $\frac{U}{U_0} \ll 1$ のとき $m=2$ 、 $\frac{U}{U_0} \gg 1$ のとき $m=1$ となり、一般には、 $\frac{2}{3} \leq m \leq 1$ となる。(5)より場所的空間と時間的空間との対応性はつぎのように表わされる。

$$(\frac{x}{x_0})^{\frac{1}{l}} \sim (\frac{t}{t_0})^{\frac{1}{m}} \quad (6)$$

一方、位相速度 u_p は x と t との比によって表わされるから、(6)よりつぎのようになる。

$$\text{波長表示 } u_p(L) \sim \frac{x_0}{t_0} L^{1-\frac{1}{l}} \quad \text{周波数表示 } u_p(f) \sim \frac{x_0}{t_0} f^{1-\frac{1}{m}} \quad (7)$$

したがって、凍結乱流の場合 $\frac{m}{l}=1$ であり、位相速度は波長あるいは周波数に関係なく一定値を保つが、 $\frac{m}{l} > 1$ のとき波長の小さいものほどあるいは周波数の大きいものほど位相速度は大きくなる。とくに、 $\frac{m}{l} = \frac{3}{2}$ という極限の場合、位相速度は波長の $-\frac{1}{2}$ 乗、周波数の $\frac{1}{3}$ 乗に比例することになる。われわれが通常対象とする流れにおいては、このような極限状態はほとんど生じないが、砂れんの位相速度に関する芦田・田中⁵⁾あるいはSquarer⁶⁾による実験的な $-\frac{1}{2}$ 乗則は丁度この場合に相当するものと考えられる。

2. 位相速度の実測

位相速度の評価法としてはつぎのものがある。

- 1) 相互相関関数による方法(optimum-time lag)
- 2) クロススペクトルによる方法(phase-lag)
- 3) 時間的・場所的空間の対応性による方法

FisherおよびDavies⁷⁾は1)の方法により周波数が大きくなるほど位相速度は大きくなることを見出した。

StegenおよびVan Atta⁸⁾は2)の方法により2点間の距離がきわめて小さい場合には、

凍結乱流の仮定が成立することを示している。また、上述の砂れんの位相速度は3)の方法によって求められたものである。

本実験においては、水路中18mの直線水路において2)の方法を適用することにより位相速度を算定したが、一例を図-2に示す。この図にみられるように、2点間の距離が一定の場合、周波数が大きくなるにしたがいコヒーレンスは小さくなるが、位相速度はかなりの範囲の周波数にわたってほぼ一定とみなすことができる。

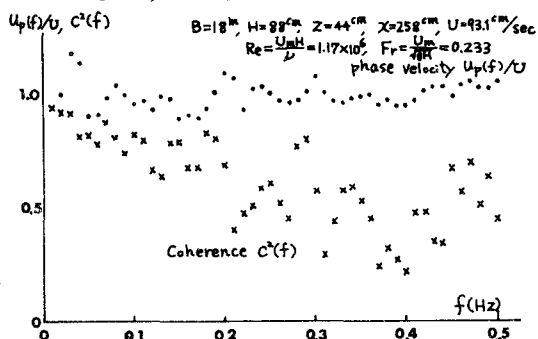


図-2 乱れの位相速度およびコヒーレンス測定例

文献

- 1) Taylor, G.I. (1938) Proc. Roy. Soc. A 164.
- 2) Lumley, J.L. (1965) Phys. Fluid, Vol. 8.
- 3) Ogura, Y. (1953) J. Met. Soc. Japan, Vol. 31.
- 4) Gifford, F. Jr. (1956) J. Met. Vol. 13.
- 5) Ashida, K., Tanaka, Y. (1967) Proc. 12th Congr. IAHR, Vol. 2.
- 6) Squarer, D. (1970) Proc. ASCE, J. Hy. Div. Vol. 96, HY4.
- 7) Fisher, M.J., Davies, P.O.A.L. (1964) J. Fluid Mech. Vol. 18.
- 8) Stegen, G.R., Van Atta, C.W. (1970) J. Fluid Mech. Vol. 42.