I-53

局部荷重を受ける直方体内部の応力分布について
（三次元有限要素法による弾性解析）

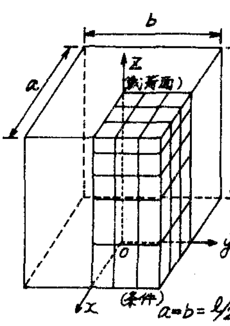
神戸大　正　北村泰寿　神戸大　正　○桜井春輔

1．はしがき

弾性体の表面に局部的に分布した荷重を受ける問題は支承下の橋脚あるいはPC部材の定着端などがある。これらの問題は当然3次元的であるが，理論的に解析するには非常に困難を伴うと思われる。したがってこれらを2次元問題として取り扱った研究はPC部材の定着部問題に関して数多く見られる。そこで，われわれは3次元有限要素法を利用してこの問題を取り扱い，2次元問題に関するIyengar[1]の理論解と比較を試みた。

2．計算モデル

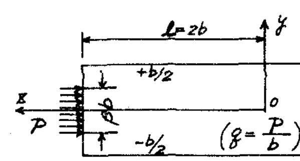
連続体の数値解析の有力な手段として有限要素法はすでに各分野で研究されており，有限要素法の概念は成書にゆずる。3次元有限要素法としては分割が自由な4面体，これより変位関数を高次にとれる6面体などがあり，さらに稜の中間に節点を設けるなどして変位関数の次数を上げるなどの方法がとられている。われわれが数値計算に用いたのは8節点（6面体）長方形柱要素である。剛性マトリックスの誘導はMelosh[2]の方法による。図－1に計算モデルを示すが，図－2に示すような載荷状態を取り扱うので，実際に取り扱った計算モデルは図－1においてx, y座標の第1象限部分である。3次元有限要素法による計算は大容量の記憶装置を必要とし，反復法で計算を行なえば計算時間がかかるため，数多くの計算を行なう場合あまり経済的でない。したがって本報告では（3×3×5＝）45要素，96節点で128K語のコアーメモリーで計算を行なった。計算法は直接法で解を求め，それを初期値として反復法により解を求める方法によった。



図－1 計算モデル

3．載荷状態

図－2に示すような載荷状態を考え，βの値によって載荷幅の変化を表わす。また載荷状態がx, y方向にβbの載荷（矩形載荷）をCase A，y方向にはβbでx方向には全幅載荷（帯状載荷）をCase Bとする。載荷荷重Pについては，全面に等分布載荷したとき単位荷重となるような荷重である。



図－2 載荷状態

4．計算結果

計算を行なったのは図－1にも示してあるが，たて/よこ比が1で，奥行きはそれの2倍の場合である。βについてはx, y方向の分割（等分割）条件より，$\beta=0, 0.33, 0.67$のケースである。Iyengarの理論値と比較するためz軸上のσ_z, σ_yを図－3～6に示す。なお，図中のqについては図－2を参照されたい。横軸はz軸を表わし，座標は計算に使用した分割点である。また，プロットした応力値は各節点の平均応力である。

5．計算結果の検討

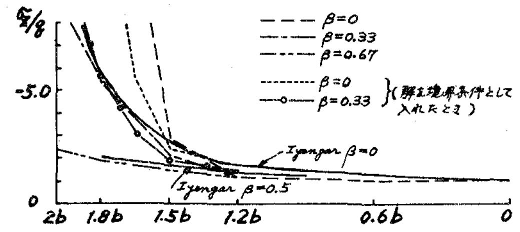


図-3 Case A σ_zの分布

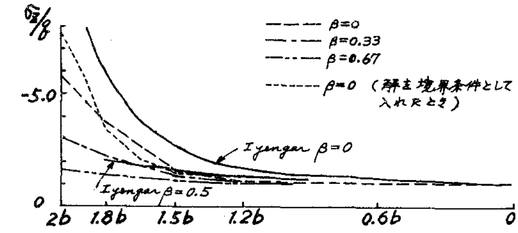


図-4 Case B σ_zの分布

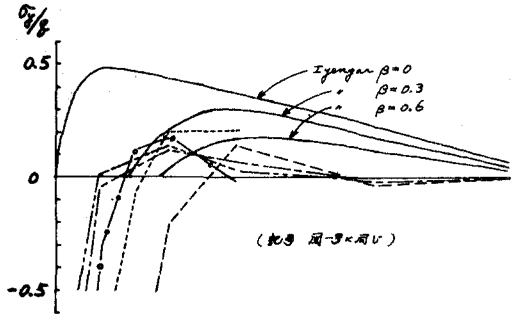


図-5 Case A σ_yの分布

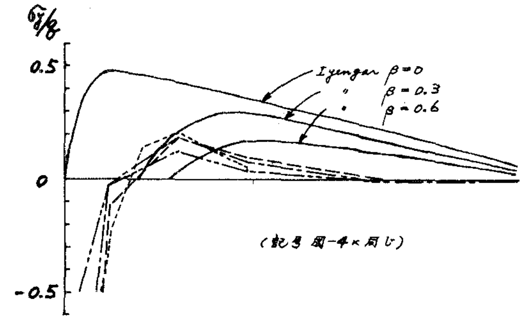


図-6 Case B σ_yの分布

まず，σ_zについては，Case A, B とも載荷面に近づくにつれて Iyengar の理論値とははなれており，Case A の場合大きく，Case B の場合は小さく出る。一方，σ_y は Case A, B ともに理論値とはピーク値，ピーク位置ともにかなり違っている。しかしながら，これをもって3次元と2次元の相違と推論することはできない。当然のことながら分割の粗さが相当に影響を及ぼすためである。すなわち Melosh による方法の応力マトリックスでは応力は，その要素の上下節点の z 方向変位が非常に影響を及ぼす。このため，集中度の高い載荷ほど応力に乱れが生じてくる。さらに分割を細くする1つの方法として，要素数，節点数を変えずに，$z=1.2b$ の点の x, y, z 方向の変位を境界条件として，z 座標の分割を細かくした場合を図-3～6に同時にプロットする。同図より $\beta=0$ の σ_z は Case A, B ともに理論値に若干近づく。Case A の $\beta=0.33$ については σ_z はあまり変化がない。一方，σ_y については Case A の $\beta=0$ の場合のピーク位置が変わる程度で全体にあまり差がない。

6．あとがき

分割が粗いため定量的な結論を引き出すことはできないが，σ_z の分布については本報告の分割でもある程度の傾向はつかめる。しかしながら，σ_y についてはさらに分割を細くするなどの方法で検討を要する。したがって今後この方面の研究としては要素の細分化が課題となるが，前述のごとく容量，計算時間の面から種々の工夫が必要である。われわれの予定しているのは，粗い分割で解を求め，この解を利用して細い分割の初期条件とし反復法により求める，あるいは応力集中部については，粗い分割による解を境界条件として細い分割の解を求める方法などである。

計算は京都大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を利用した。

参考文献 1) S.R. Iyengar, J. of ACI, 1962.10. 2) R.J. Melosh, Proc. of ASCE, ST4, 1963.8.