I-51 ボアホールを利用した異方性岩盤の応力測定法に関する理論的考察

京都大学工学部 正員 丹羽義次
京都大学工学部 正員 ○平島健一

1. まえがき

地山を形成する岩盤内の初期応力あるいは変動応力を種々の方法によって測定することが最近行なわれるようになってきた。 そのうちでも地下空洞から作られたボアホールの中に諸種のひずみ計または応力計を挿入して応力を測定する方法は，岩盤の壁面付近の浮いている部分を避けて測点を設けることができ，また空洞の影響を受けないなどの理由から，特によく利用される。 ここでは異方性岩盤内のボアホールにSolidな測定装置を埋設して応力を求める場合の解析方法についての理論的な考察結果と二，三の計算例を述べたものである。

2. 理論的背景

対象とする岩盤(matrix)の応力-ひずみ関係は次式で与えられるものとしよう。

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z + a_{14}\tau_{yz} + a_{15}\tau_{xz} + a_{16}\tau_{xy}\\ \varepsilon_y &= a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + \cdots\cdots + a_{26}\tau_{xy}\\ &\cdots\cdots\\ \gamma_{xy} &= a_{16}\sigma_x + a_{26}\sigma_y + \cdots\cdots + a_{66}\tau_{xy}\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

また，円柱状の埋設物(inclusion)に対する応力-ひずみは上式にサフィックスをつけたもので表わされるとする。 いま，matrixの無限遠の位置に一様な応力 $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \sigma_z^0, \tau_{yz}^0, \tau_{xz}^0$ および τ_{xy}^0 が作用するものとすれば，matrixに対するAiryの応力関数 F_0 および ψ_0 はつぎのようになる。

$$F_0 = \frac{1}{2}(\sigma_y^0 x^2 - 2\tau_{xy}^0 xy + \sigma_x^0 y^2), \quad \psi_0 = \tau_{xz}^0 y - \tau_{yz}^0 x \quad (2)$$

matrixに上述のような一様応力が作用する場合，inclusionの内部にも一様な応力が生じることが知られている。 いま，その値を $\sigma_x', \sigma_y', \sigma_z', \tau_{yz}', \tau_{xz}'$ および τ_{xy}' とすれば，

$$F' = \frac{1}{2}(\sigma_y' x^2 - 2\tau_{xy}' xy + \sigma_x' y^2), \quad \psi' = \tau_{xz}' y - \tau_{yz}' x \quad (3)$$

が成立する。 以上のようにするとinclusionを含むmatrix内の応力は複素解析関数 $\Phi_k(z_k)$ を用いて次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_x = \sigma_x^0 + 2\,\mathrm{Re}[\mu_1^2\Phi_1' + \mu_2^2\Phi_2' + \mu_3^2\lambda_3\Phi_3'],\ \sigma_y = \sigma_y^0 + 2\,\mathrm{Re}[\Phi_1' + \Phi_2' + \lambda_3\Phi_3'],\ \tau_{xy} = \tau_{xy}^0 - 2\,\mathrm{Re}[\mu_1\Phi_1' + \mu_2\Phi_2' + \mu_3\lambda_3\Phi_3']\\ &\tau_{xz} = \tau_{xz}^0 + 2\,\mathrm{Re}[\mu_1\lambda_1\Phi_1' + \mu_2\lambda_2\Phi_2' + \mu_3\Phi_3'],\ \tau_{yz} = \tau_{yz}^0 - 2\,\mathrm{Re}[\lambda_1\Phi_1' + \lambda_2\Phi_2' + \Phi_3']\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

同様に変位は(5)式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&u = u^0 + 2\,\mathrm{Re}[p_1\Phi_1 + p_2\Phi_2 + p_3\Phi_3] + \omega y + u_0,\ v = v^0 + 2\,\mathrm{Re}[q_1\Phi_1 + q_2\Phi_2 + q_3\Phi_3] + \omega x + v_0\\ &w = w^0 + 2\,\mathrm{Re}[r_1\Phi_1 + r_2\Phi_2 + r_3\Phi_3] + w_0\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

ω, u_0, v_0 および w_0 は剛体回転および剛体変位を表わす定数である。 また $\mu_k, \lambda_k, p_k, q_k, r_k$ はmatrixの特性根および弾性定数に関係した既知の複素定数である。 inclusionとmatrixの接触条件として両者が完全に附着しているものとすれば，未知の複素関数 $\Phi_k(z_k)$ は，境界条件式から，つぎの関係を満足しなければならない。

$$
\left.
\begin{array}{ll}
2\,\mathrm{Re}[\phi_1+\phi_2+\lambda_3\phi_3]=\frac{\partial}{\partial x}(F'-F_0)+C_1\,, & 2\,\mathrm{Re}[p_1\phi_1+p_2\phi_2+p_3\phi_3]=u'-u^\circ+\omega y-u_0 \\
2\,\mathrm{Re}[\mu_1\phi_1+\mu_2\phi_2+\mu_3\lambda_3\phi_3]=\frac{\partial}{\partial y}(F'-F_0)+C_2\,, & 2\,\mathrm{Re}[q_1\phi_1+q_2\phi_2+q_3\phi_3]=v'-v^\circ-\omega x-v_0 \\
2\,\mathrm{Re}[\lambda_1\phi_1+\lambda_2\phi_2+\phi_3]=\psi'-\psi_0+C_3\,, & 2\,\mathrm{Re}[r_1\phi_1+r_2\phi_2+r_3\phi_3]=w'-w^\circ-w_0
\end{array}
\right\} \qquad (6)
$$

この複素係数の連立一次方程式を解き，二，三の計算を行なえば，inclusion内の一様応力σ_x',……,τ_{xy}'がσ_x°,……,τ_{xy}°により与えられる。　ただし，上式の$u^\circ, v^\circ, w^\circ$および$u', v', w'$はそれぞれ$\sigma_x^\circ$,……,$\tau_{xy}^\circ$，および$\sigma_x'$,……,$\tau_{xy}'$で表わされる初期変位である。　なお，この場合，$z$方向（ボアホールの軸方向）のmatrixおよびinclusionの直ひずみε_z°およびε_z'は等しいとおく必要がある。

3. 数値計算例

通常の測定計器ではinclusionの内部の応力が与えられるが，上述の方法はその場合にもそのまま適用することが出来る。　いま計算の一例として埋設ゲージ(例えばエポキシ樹脂のような高分子樹脂)の弾性係数E_0，ポアソン比ν_0を

$E_0 = 3.0\times10^4\ \mathrm{kg/cm^2}$

$\nu_0 = 0.400$

であるような等方性体と仮定する。また埋設ゲージ周辺の岩盤の弾性係数，ポアソン比，せん断弾性係数をそれぞれ，

$E_1 = E_2 = 6.0\times10^5\ \mathrm{kg/cm^2},\ E_3 = E_1/10$

$\nu_{12} = 0.250,\ \nu_{13} = \nu_{23} = 0.150$

$G_{12} = 2.40\times10^5\ \mathrm{kg/cm^2},\ G_{23} = G_{31} = 5.31\times10^4\ \mathrm{kg/cm^2}$

であるような横等方性の異方性弾性体であると仮定すると，埋設ゲージ内に一様な単位の応力成分が発生した場合に岩盤内の無限遠に作用する一様応力$\sigma_x^\circ, \sigma_y^\circ$,……,$\tau_{yz}^\circ$を計算して表に示したものがTable 1〜3である。

Table 1.　$E_x = E_1,\ E_y = E_2(=E_1),\ E_z = E_3(=E_1/10)$

	σ_x°	σ_y°	σ_z°	τ_{xy}°	τ_{xz}°	τ_{yz}°
$\sigma_x' = 1.0$	7.104	-0.584	-0.702	0.0	0.0	0.0
$\sigma_y' = 1.0$	-0.584	7.104	-0.702	0.0	0.0	0.0
$\sigma_z' = 1.0$	-3.859	-3.859	1.884	0.0	0.0	0.0
$\tau_{xy}' = 1.0$	0.0	0.0	0.0	7.687	0.0	0.0
$\tau_{xz}' = 1.0$	0.0	0.0	0.0	0.0	2.978	0.0
$\tau_{yz}' = 1.0$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.978

Table 2.　$E_x = E_1,\ E_z = E_2(=E_1),\ E_y = E_3(=E_1/10)$

	σ_x°	σ_y°	σ_z°	τ_{xy}°	τ_{xz}°	τ_{yz}°
$\sigma_x' = 1.0$	4.396	0.080	-6.889	0.0	0.0	0.0
$\sigma_y' = 1.0$	-1.845	1.126	-8.292	0.0	0.0	0.0
$\sigma_z' = 1.0$	-0.793	-0.326	19.750	0.0	0.0	0.0
$\tau_{xy}' = 1.0$	0.0	0.0	0.0	2.290	0.0	0.0
$\tau_{xz}' = 1.0$	0.0	0.0	0.0	0.0	7.846	0.0
$\tau_{yz}' = 1.0$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	3.690

Table 3.　$E_z = E_1$,

	σ_x°	σ_y°	σ_z°	τ_{xy}°	τ_{xz}°	τ_{yz}°
$\sigma_x' = 1.0$	1.892	-0.256	-7.648	0.243	0.0	0.0
$\sigma_y' = 1.0$	-0.256	1.892	-7.648	0.243	0.0	0.0
$\sigma_z' = 1.0$	-0.475	-0.475	19.789	-0.169	0.0	0.0
$\tau_{xy}' = 1.0$	1.644	1.644	0.949	0.291	0.0	0.0
$\tau_{xz}' = 1.0$	0.0	0.0	0.0	0.0	6.459	3.241
$\tau_{yz}' = 1.0$	0.0	0.0	0.0	0.0	2.021	6.568

Table 1は$E_x = E_y = E_1\,(=E_2)$，$E_z = E_3$であるようなx-y面内で等方性になっている場合であり，Table 2は$E_x = E_z = E_1\,(=E_2)$，$E_y = E_3$の場合である。　またTable 3は$E_z = E_1$でE_2およびE_3がx-y平面内でxおよびy軸に対し±45°の傾斜をなすような場合の結果である。

したがって，例えば上述のような弾性定数を有する岩盤がTable 2の場合のような主弾性軸方向をもっているとしたとき，埋設ゲージ内の応力として$\sigma_x' = 2.0\ \mathrm{kg/cm^2}$, $\sigma_y' = 3.5\ \mathrm{kg/cm^2}$, $\sigma_z' = 2.5\ \mathrm{kg/cm^2}$ $\tau_{xy}' = \tau_{xz}' = 0.0$，$\tau_{yz}' = 1.5\ \mathrm{kg/cm^2}$の測定値がえられたものとすれば，この岩盤に対する無限遠での応力はTable 2から$\sigma_x^\circ = 0.351\ \mathrm{kg/cm^2}$, $\sigma_y^\circ = 3.286\ \mathrm{kg/cm^2}$, $\sigma_z^\circ = 6.575\ \mathrm{kg/cm^2}$, $\tau_{xy}^\circ = \tau_{xz}^\circ = 0.0$, $\tau_{yz}^\circ = 5.535\ \mathrm{kg/cm^2}$となる。