桁の最適設計に関する二，三の考察

京都大学工学部　正員　山田善一
川崎重工業(株)　正員　○國廣昌史

1．まえがき　桁の設計とは，ウェブ，フランジの断面寸法やその断面変化位置を決定することである。断面変化位置の決定に対しては，鋼材費と溶接費とを平滑過程としてとらえて Dynamic Programming（以下 DP）を適用するのが有効であることが認められており，[1,2] これを用いた単純非合成桁及び単純合成桁の最適設計について，著者等は先に発表した[3]が，ここでは，道路橋の主桁としての非合成連続溶接桁の最小コスト設計について述べる。

2．問題の定式化　ウェブ，フランジ巾は桁全長にわたり一定とし，上・下フランジ巾は等しく，B_Fとする。設計変数は，ウェブ，上・下フランジの各々について，巾 B_W，B_F，B_F，断面変化位置の総数 N_W，N_U，N_L，断面要素の長さ d_{Wi}，d_{Uj}，d_{Lk}，板厚 T_{Wi}，T_{Uj}，T_{Lk}，材質 M_{Wi}，M_{Uj}，M_{Lk}である。コスト関数として，材質 M，板巾 B，板厚 T の関数である鋼材費 $C_M=C_M(M,B,T)$，及び，Bと，突合せ溶接される板の小さい方の板厚 T^*の関数である溶接費 $C_S=C_S(B,T^*)$を考える。桁の総コスト C_Tは式(1)のようになり，これが目的関数である．

$$
\left.
\begin{aligned}
C_T = {} & \rho\sum_{i=1}^{N_W+1} B_W\cdot T_{Wi}\cdot d_{Wi}\cdot C_M(M_{Wi},B_W,T_{Wi}) + \rho\sum_{i=1}^{N_U+1} B_F\cdot T_{Ui}\cdot d_{Ui}\cdot C_M(M_{Ui},B_F,T_{Ui}) + \rho\sum_{i=1}^{N_L+1} B_F\cdot T_{Li}\cdot d_{Li}\cdot C_M(M_{Li},B_F,T_{Li}) \\
& + \sum_{i=1}^{N_W} C_S(B_W,T_{Wi}^*)\langle T_{W,i+1}-T_{Wi}\rangle + \sum_{i=1}^{N_U} C_S(B_F,T_{Ui}^*)\langle T_{U,i+1}-T_{Ui}\rangle + \sum_{i=1}^{N_L} C_S(B_F,T_{Li}^*)\langle T_{L,i+1}-T_{Li}\rangle \\
& \text{ここに}\quad \rho：\text{鋼材の密度},\quad T_{ji}^* = Min\{T_{j,i+1},T_{ji}\},\quad \langle T_{j,i+1}-T_{ji}\rangle = \begin{cases} 0 & \text{if } T_{j,i+1}=T_{ji} \text{ and } M_{j,i+1}=M_{ji} \\ 1 & \text{if } T_{j,i+1}\neq T_{ji} \text{ or } M_{j,i+1}=M_{ji} \end{cases} \quad j=w,u,L
\end{aligned}
\right\} \quad (1)
$$

制約条件としては，我国の現行の道路橋の設計示方書によるものとし，更に板厚，板巾には最大値と最小値の制約をもうけておく。したがって，これらの制約条件のもとで式(1)を最小にする設計変数を求めることが，この問題の目的である．

3．連続桁の最小コスト設計　これは次の二つの手順に分けて考える。すなわち a)桁全長を細分割し，その分割要素について，鋼材費が最小になるように（式(1)の初めの3項のみを考慮）断面を決定する。── Minimum Material Cost Design．b)製作費（ここでは板の突合せ溶接費）を考慮に入れて，鋼材費と製作費とのバランスを考え，分割要素をある範囲でまとめてその区間を一定断面とし，桁の総コストを最小にする。── Smoothed Design．

1) Minimum Material Cost Design　連続桁のような Normal Action としての挙動を示すようなものについては，Fully Stressed Design を繰返して適用するのが収束も早くて良い方法である。先ず，初期値として与えられた剛比により，桁全長をN個に分割した分割要素について断面力を求め，その断面力により最適断面を決定する（Fully Stressed Design）。この際 B_W，B_Fが決定されれば，ウェブ，フランジの必要板厚，材質は決定されるので，B_W，B_Fについての最適化を考えればよい。これには Grid Search[3]（ある初期値のまわりにいくつかの格子点を考え，目的関数を最小にする格子点を，格子間隔を小さくしながら求めて行く方法）が適用できる。各要素の剛比が収束するまで，断面力の計算 〜 Grid Search を繰返す。しかし不静定構造物では Fully Stressed Design は必ずしも最適設計とはならない。このため，ある要素のフランジ板厚を増加させて，この要素の断面を一定に保ちながら，他の要素の断面を Fully

Stressed Designにより求め，鋼材量が減少したかどうかを検討する。もし減少すれば，この要素は応力に余裕のある設計の方が有利であるということになる。この操作を各要素につき行ない，鋼材量の減少する要素を選出し，鋼材量が最小となるようにフランジ板厚を増加させる。他の要素はFully Stressed Designで求める。

2) Smoothed Design　1)で求められた各分割要素の必要な板厚t_K，材質m_Kより，製作（溶接）費を考慮に入れて使用板厚T_K，材質M_Kを決定する。この場合，分割要素Kにおいては，(T_K-t_K)又は(M_K-m_K)の分だけ材料損失コスト$\phi_K(T_K,M_K,t_K,m_K)$が発生し，一方断面変化位置においては$(T_K \neq T_{K-1}$ or $M_K \neq M_{K-1})$，突合せ溶接コスト$\psi_K(T_K,M_K,T_{K-1},M_{K-1})$が発生する。全損失コストは，桁全長にわたる両者の和として表わせる。ϕ_Kとψ_Kとをバランスさせながら全損失コストを最小にするように，中道を歩んで最適使用板厚T_K，材質M_Kを求めるわけであるが，これは平滑過程と呼ばれるもので，DPを適用できる。今，分割要素$(R-1)$における使用板厚，材質をτ，μとし，式(2)で表わせる関数$f_R(\tau,\mu)$を導入する。

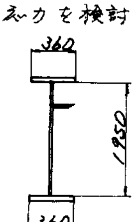
$$f_R(\tau,\mu)=\mathrm{Min}\Big[\sum_{K=R}^{N}\phi_K(T_K,M_K,t_K,m_K)+\psi_K(T_K,M_K,\tau,\mu)\Big],\quad T_K\geq t_K,\ M_K\geq m_K,\ \tau\geq t_{R-1},\ \mu\geq m_{R-1},\ K=R,\cdots,N,\ R=1,\cdots,N \quad (2)$$

式(2)に最適性の原理を適用すれば，$f_R(\tau,\mu)$と$f_{R+1}(\tau,\mu)$とを結ぶ繰返しの関数方程式

$$\left.\begin{aligned}&f_R(\tau,\mu)=\mathrm{Min}\big[\phi_R(T_R,M_R,t_R,m_R)+\psi_R(T_R,M_R,\tau,\mu)+f_{R+1}(T_R,M_R)\big],\\&\text{ただし}\ T_R\geq t_R,\ M_R\geq m_R,\ \tau\geq t_{R-1},\ \mu\geq m_{R-1},\ R=1,2,\cdots,N\quad \text{初期条件：}f_{N+1}(\tau,\mu)=0,\ t_0=t_1\end{aligned}\right\}\quad (3)$$

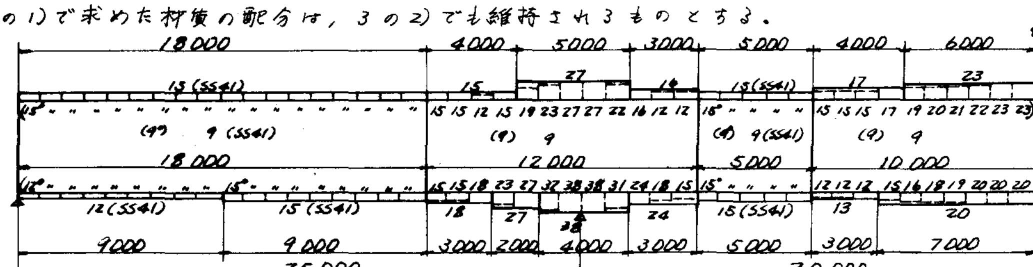
が得られ，これを順次解くことにより，最適使用板厚T_K，材質M_Kを決定できる。

なお，2)で得られた設計は1)のものと剛性が異なるので，最終設計の各部の応力を検討しなくてはならない。もし応力がどこかで超過しておれば，この剛性を用いてGrid SearchとSmoothed Designの操作を繰返して，応力に超過がなくなれば，これが最終設計となる。



4. 数値計算例

1例として，スパン$25^m+40^m+25^m$の3径間対称連続桁（水平スチフナー：1本）の場合の結果を図に示す。鋼材はSM50，SS41であり，3の1)で求めた材質の配分は，3の2)でも維持されるものとする。



5. 結論

最小重量設計から一歩前進した最小コスト設計が可能である；連続桁の断面変化位置決定のためのDPの適用は極めて有効である；ウェブの板厚はできるだけ薄く，その板厚のとり得る最高の桁高が有利な設計となる；今迄に計算してみた範囲においては，連続桁はFully Stressed Designが最適設計となる；等が結論として云える。

参考文献

1) Reza Razani, George G. Goble："Optimum Design of Constant Depth Plate Girders" Proc. of ASCE, ST2, April, 1966

2) George G. Goble, Philip V. De Santis："Optimum Design of Mixed Steel Composite Girders" Proc. of ASCE, ST6, Dec. 1966

3) 山田善一，岡廣昌史："桁の最適設計" 土木学会第25回年次学術講演会講演集第1部 昭和45年11月