

Transfer Matrixによる鋼床版連続けた橋のShear lag解析

大阪市立大学工学部 正員 中井 博
" " 〇事口寿男

1. まえがき

本文は、著者等がすでに発表した鋼床版けた橋のShear lagに関する理論的解析に基づいて、Transfer Matrixを用いることにより、着目断面に最も不利な応力状態になるような載荷状態を求め、そのときの連続けた橋のShear lagを解析し、かつ、有効幅を算定するものである。

2. 基礎式

解析は図-1に示すT形断面を対象として行なう。なお、基礎式の誘導は文献^(1,2)を参照されたい。まず、Galerkin法の一般化によって、けたのためみ w 、Shear lagによって生じる軸方向変位 f に関する連立方程式はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 f / dx^2 - \alpha^2 f &= \eta \cdot dM / dx \\ d^2 w / dx^2 &= -M / EI - \gamma df / dx \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 &= 2GtuI / Eb \left\{ AuI \left(\frac{4}{5} - \frac{2Au}{3F} \right) - \frac{4}{3} Su^2 \right\} \\ \eta &= \frac{Su}{E} \left\{ AuI \left(\frac{4}{5} - \frac{2Au}{3F} \right) - \frac{4}{3} Su^2 \right\} \\ \gamma &= \frac{4}{3} SuI \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

また、 $N = df/dx \cdot EI/l^2$ とおけば、 N はShear lagによって生じる軸方向力（ただし、幅員方向に変化する）と定義できるものである。

3. Transfer Matrix

計算を簡単化し、精度を向上するため、断面力・変形量は基準量（ P_c, l_c, I_c など）を用いて、つぎのように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} f &= f^* P_c (l_c / \alpha_c^2) / \cosh \alpha_c l_c, \quad w = w^* P_c l_c^3 / EI_c, \quad \varphi = \varphi^* P_c l_c^2 / EI_c \\ M &= M^* P_c l_c, \quad Q = Q^* P_c / \cosh \alpha_c l_c, \quad N = N^* P_c (\eta_c / \alpha_c) (EI_c / l_c^2) / \cosh \alpha_c l_c \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

つぎに、代表的な境界条件を表-1に示す。

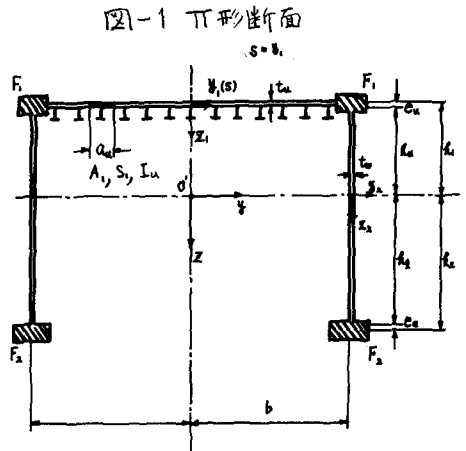
表-1 境界条件

	単純支持	固定	自由	バネ支承
自由量	$f_1(0), \varphi_1(0), Q_1(0)$	$M_1(0), Q_1(0), N_1(0)$	$f_1(0), w_1(0), \varphi_1(0)$	$f_1(0), w_1(0), \varphi_1(0)$
境界条件	$N_n(l_n) = 0, \quad M_n(l_n) = 0, \quad w_n(l_n) = 0$	$\varphi_n(l_n) = 0, \quad w_n(l_n) = 0, \quad f_n(l_n) = 0$	$N_n(l_n) = 0, \quad Q_n(l_n) = 0, \quad M_n(l_n) = 0$	$M_n(l_n) = -K \varphi_n(l_n), \quad Q_n(l_n) = k_w w_n(l_n), \quad N_n(l_n) = 0$

1) Field Transfer Matrix

$$Y_k^*(l_k) = A_k^* Y_k^*(0) \dots (4)$$

で表わされるField Transfer Matrixを示せば式(5)となる。ここに、



$$f_{15} = \eta_{kc} \cdot \alpha c k^2 \cdot (\cosh \alpha k l_n - 1)$$

$$f_{16} = k c^2 \cdot I_{ck} \cdot \alpha c k \cdot \sinh \alpha k l_n$$

$$f_{21} = -\{ (E I_c \cdot \eta_{kc} \cdot \eta_c) \cdot \alpha c k / (\alpha c l_c)^3 / \cosh \alpha c l_c \cdot (\sinh \alpha k l_n - \alpha k l_n) + \frac{1}{8} k c^3 I_{ck} \} / \cosh \alpha c l_c$$

$$f_{25} = -\{ (E I_c \cdot \eta_{kc} \cdot \eta_c) \cdot \eta_{kc} \cdot \alpha c k^3 / (\alpha c l_c)^3 \cdot (\sinh \alpha k l_n - \alpha k l_n) + \frac{1}{8} k c^3 I_{ck} \} / \cosh \alpha c l_c$$

$$f_{26} = -\{ (E I_c \cdot \eta_{kc} \cdot \eta_c) \cdot k c^2 \cdot I_{ck} \cdot \alpha c k^2 / (\alpha c l_c)^3 / \cosh \alpha c l_c \cdot (\cosh \alpha k l_n - 1) + (E I_c \cdot \eta_{kc} \cdot \eta_c) / (\alpha c l_c)^2 / \cosh \alpha c l_c \cdot (\cosh \alpha k l_n - 1) + \frac{1}{2} k c^3 I_{ck} \} / \cosh \alpha c l_c$$

$$f_{31} = -\{ (E I_c \cdot \eta_{kc} \cdot \eta_c) \cdot I_{ck} \cdot k c^2 \cdot \alpha c k / (\alpha c l_c)^2 / \cosh \alpha c l_c \cdot \sinh \alpha k l_n + 1.0 / f_{16} \}$$

$$f_{35} = \eta_{kc} \cdot k c^2 \cdot I_{ck} \cdot \alpha c k \cdot \sinh \alpha k l_n$$

$$f_{36} = -\{ (E I_c \cdot \eta_{kc} \cdot \eta_c) \cdot I_{ck} \cdot k c^2 \cdot \alpha c k / (\alpha c l_c)^2 / \cosh \alpha c l_c \cdot \sinh \alpha k l_n + 1.0 / f_{16} \}$$

$$f_{45} = k c / \cosh \alpha c l_c$$

$$f_{46} = \eta_{kc} \cdot k c^2 \cdot I_{ck} \cdot \alpha c k \cdot \sinh \alpha k l_n$$

$$F_k^* = \begin{bmatrix} f^* & w^* & \varphi^* & M^* & Q^* & N^* & 1 \\ \cosh \alpha k l_n & 0 & 0 & 0 & f_{15} & f_{16} & f_{17} \\ f_{21} & 1 & k c k & -\frac{1}{2} k c^2 I_{ck} & f_{25} & f_{26} & f_{27} \\ f_{31} & 0 & 1 & -k c I_{ck} & f_{35} & f_{36} & f_{37} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & f_{45} & 0 & f_{47} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & f_{57} \\ f_{61} & 0 & 0 & 0 & f_{65} & \cosh \alpha k l_n & f_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

図-2 載荷状態 (L 荷重)

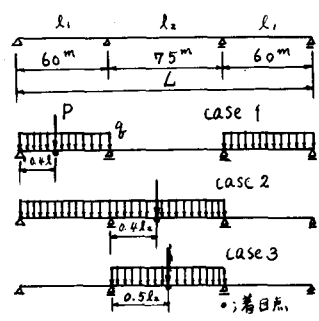
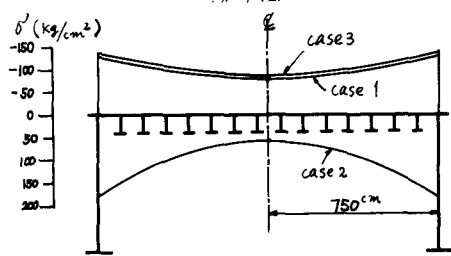


図-3 フランジプレート の応力 (σ') 分布図



つぎに、等分布荷重に対する荷重項 (f_{17}, f_{67}) を示す。
 $f_{17} = -\eta_{kc} \cdot \alpha c k^3 / (\alpha c l_c) \cdot (\sinh \alpha k l_n - \alpha k l_n) \cdot \cosh \alpha c l_c$
 $f_{67} = -\eta_{kc} \cdot k c^2 \cdot I_{ck} \cdot \alpha c k^2 / (\alpha c l_c) \cdot (\cosh \alpha k l_n - 1) \cdot \cosh \alpha c l_c$
 ただし、 $A_{kc} = A_k / A_c$ であり、サマックス C は基準量を示すものである。

4. 有効幅

$$b_m = \int_0^b \sigma_x dy / [\sigma_x]_{y=b} \quad (6)$$

式 (6) で有効幅を求めると T 形断面のときは、つぎのようになる。

$$b_m / b = 1 - \frac{\frac{2}{3} \frac{I^2}{k_u} N}{M + \frac{2}{3} \frac{I^2}{k_u} K N} \quad (7)$$

5. 数値計算例

図-2 に示すように、有効幅を求める点に着目して荷重状態を決定する。各 case について、フランジプレート の応力分布図を図-3 に示す。ただし、断面常数は、 $b = 7.5 \text{ m}$ 、 $t_f = 3.0 \text{ cm}$ 、 $F_1 = 220 \text{ cm}^2$ 、 $F_2 = 450 \text{ cm}^2$ 、 $t_u = 1.2 \text{ cm}$ 、 $t_w = 1.1 \text{ cm}$ 、 $I = 7.81 \times 10^8 \text{ cm}^4$ 、 $u = 32 \text{ cm}$ 、 $S_1 = 210 \text{ cm}^3$ 、 $I_u = 673 \text{ cm}^4$ 、 $\alpha = 1.79 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ 、 $\eta = 1.80 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ 、 $\gamma = 1.94 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$

つぎに、各 case について、式 (7) を用いてフランジプレート の有効幅を求めると表-2 のようになる。

6. あとがき

鋼床版連続げた橋の有効幅を合理的な算定式で求めるために、荷重状態・支間長・スパン割・断面形状などによって、有効幅がどのように影響されるかなどは、講演会当日発表する予定であります。

- 参考文献 1) 小松 “連続鋼桁の Shear Lag について” 土木学会論文集 58号
 2) 近藤・小松・中井 “鋼床版桁橋の有効幅に関する研究” 土木学会論文集 86号

表-2 有効幅

	case 1	case 2	case 3
b_m / b	0.74	0.55	0.75