骨組構造物の分割解析

京都大学 工学部 正員 小西一郎
京都大学 工学部 正員 白石成人
京都大学 工学部 学生員 ○谷口健男

1. まえがき

骨組構造物のトポロジー的性質を利用した解析法の一つであるTree Methodを、3層以上の骨組構造物に適用すると、この方法を用いたことによる利点があらわれてこず、逆に、flexibility matrixを計算するとき、それのための計算時間が長くなるという欠点があった。本研究においては、多層ラーメンの解析に、Tree Methodを適用できるような、Tearing & Interconnecting Methodを提案し、その利点をさぐってみる。このTearing & Interconnecting Methodは、多層ラーメンをTree Methodの利点があらわれるような、2〜3層ラーメンの積み重ねのように分割し、後にそれらを順次接続してゆく方法である。

2. Tree MethodへのTearing & Interconnecting Methodの適用

Tree Methodの基本式は、温度変化等による部材変形を無視すると、

$$v_T = (D^tKD)^{-1}D^tR = (D^tKD)^{-1}B_T P \qquad (1)$$

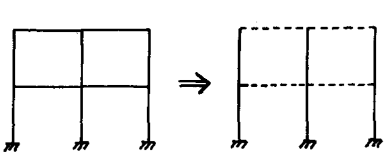
ここで Suffix T は"Tree"を意味する。

D; Basic Cut-Set Matrix　　K; Primitive Stiffness Matrix
P; Load Vector　　B_T; Node-to-datumn Path Matrix
v_T; Tree 部材の変形量

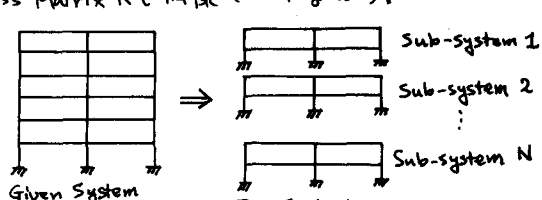
D^tKDは与えられた骨組構造物を、それに等価な任意のTree Systemsで置換したときの等価剛性を意味し、この行列の大きさは、(Tree部材数×Tree部材数)である。(1)式を計算する場合問題となるのは$(D^tKD)^{-1}$の計算である。

参考文献(1)において、骨組構造物を図(1)のように分割することにより、$(D^tKD)^{-1}$を計算している。しかし、Basic Cut-Set Matrix Dに含まれるNode-to-datumn Path Matrix B_Tの影響により、高層ラーメンを図(1)の方法で解析すると、off-diagonalにも大きな値が入ってくる。

いま与えられた骨組構造物を図(2)のように、分割された部分構造物が2〜3層のラーメンになるように分割する。この分割方法に従って、Basic Cut-Set Matrix Dをあらためて並べなおすと、次のようになる。Stiffness Matrix Kも同様に並べなおす。



図(1). 従来の分割方法



図(2). 新しい分割方法

$$D=\begin{bmatrix}D_T\\D_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}D_T\\D_1^L\\D_2^L\\\vdots\\D_k^L\\\vdots\\D_N^L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}D_1^T & & & 0\\ & D_2^T & & \\ & & \ddots & D_N^T\\ D_{11}^L & D_{12}^L & \cdots & D_{1N}^L\\ 0 & D_{22}^L & \cdots & D_{2N}^L\\ & \cdots & & \\ 0 & \cdots & 0 & D_{NN}^L\end{bmatrix} \quad (2), \qquad K=\begin{bmatrix}K_T\\K_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}K_1^T & & & & & 0\\ & K_2^T & & & & \\ & & \ddots K_N^T & & & \\ & & & K_1^L & & \\ & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & K_N^L\end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで suffix T, L は各々 Tree, Link に関する諸量であることを示し、1, 2, …, k, …, N は、各 Sub-system の番号を示す。

(2), (3)式を用いて D^tKD を計算すると、下式のようになる。

$$D^tKD=\begin{bmatrix}D_1^tK_1D_1 & & 0\\ & D_2^tK_2D_2 & \\ 0 & & \ddots\ D_N^tK_ND_N\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0, & D_{11}^{Lt}K_1^LD_{12}^L, & \cdots, & D_{11}^{Lt}K_1^LD_{1N}^L\\ D_{12}^{Lt}K_1^LD_{11}, & D_{12}^{Lt}K_1^LD_{12}^L, & \cdots, & D_{12}^{Lt}K_1^LD_{1N}^L\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ D_{1N}^{Lt}K_1^LD_{11}, & D_{1N}^{Lt}K_1^LD_{12}^L, & \cdots, & D_{1N}^{Lt}K_1^LD_{1N}^L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & D_{22}^{Lt}K_2^LD_{23}^L & & D_{22}^{Lt}K_2^LD_{2N}^L\\ 0 & D_{23}^{Lt}K_2^LD_{22} & \cdots & & D_{23}^{Lt}K_2^LD_{2N}^L\\ \vdots & \vdots & & & \vdots\\ 0 & D_{2N}^{Lt}K_2^LD_{22} & \cdots & & D_{2N}^{Lt}K_2^LD_{2N}^L\end{bmatrix} \quad (4)$$

上の(4)式において、第1項は、与えられた構造物を切断した各 Sub-system 1, 2, …, N の各々の Stiffness Matrix を示しており、第2項は Sub-System 1 に含まれる Link 部材が、再結合にあたって全体に与える影響、云いかえれば、結合方法を示している。このような再結合の方法を示す項は (N−1) 項存在する。

第k項について、

$$\left.\begin{aligned}D_k^L&=[\,0,\ 0,\ \cdots\cdots,0,\ \overset{k\text{番目}}{D_{kk}^L},\ D_{k,k+1}^L,\ \cdots\ ,\ D_{kN}^L\,]\\ \tilde{D}_k^L&=[\,0,\ 0,\ \cdots\ ,0,\ 0\ ,\ D_{k,k+1}^L,\ \cdots\ ,\ D_{kN}^L\,]\\ \tilde{\tilde{D}}_k^L&=[\,0,\ 0,\ \cdots\cdots,0,\ D_{kk}^L,\ 0\ ,\ \cdots\ ,\ 0\,]\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

とすると、第k項は次式のように表わされる。

$$\text{第}k\text{項} = \tilde{D}_k^{Lt}\cdot K_k^L\cdot D_k^L + \tilde{\tilde{D}}_k^{Lt}\cdot K_k^L\cdot \tilde{D}_k^L \quad (6)$$

故に、Stiffness Matrix D^tKD は (6)式を(4)式に適用することにより、

$$D^tKD=\begin{bmatrix}D_1^tK_1D_1 & & \\ & D_2^tK_2D_2 & \\ & & \ddots\ D_N^tK_ND_N\end{bmatrix}+\sum_{k=1}^{N-1}\left[\tilde{D}_k^{Lt}\cdot K_k^L\cdot D_k^L + \tilde{\tilde{D}}_k^{Lt}\cdot K_k^L\cdot \tilde{D}_k^L\right] \quad (7)$$

いま k=N−1, N−2, …, 2, 1 とすることにより、図(2)の Sub-structures を下から順に上に再結合してゆくことを意味する。この再結合にあたって、Housholder's Formula[1] を用いれば、(7)式の逆行列、すなわち Flexibility Matrix $(D^tKD)^{-1}$ が求まることになる。

3. あとがき

与えられた構造物を図(2)のように分割し、Sub-structure の Flexibility $(D_k^tK_kD_k)^{-1}$ を参考文献(1)の方法でまず求め、それらを再結合するには、(7)式に Housholder の公式を適用し、構造物の Flexibility Matrix を求めることができる。この方法を用いれば、従来の Tree Method の分割法による欠点を消去することが可能となる。

参考文献 (1); I. Konishi, N. Shiraishi, S. Tamamura & T. Taniguchi "A Network-Topological Study on statical Analysis of Rigid Framed structure" Memoirs of the Faculty of Engineering Kyoto Univ. Vol. 31, Part 4, Oct. 1969 (2); I. Konishi, N. Shiraishi & S. Tamamura, "A Network-Topological Study on Statical Analysis of Rigid Framed Structures," Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto Univ., Vol. 30, Part 2, April 1968