

固定アーチの塑性解析

大阪大学工学部 正員 前田幸雄
大阪大学工学部 学生員 山本正明
大阪大学工学部 学生員 西崎晶士

1. まえがき 本研究は任意形状を持つ固定アーチの弾塑性解析を行い、塑性ヒンジの形成される順序とその位置を明らかにして、崩壊に至るまでのアーチの挙動を調べ、それによって固定アーチの崩壊形式及び崩壊荷重を求めようとするものである。解析においては特に降伏条件に対する軸力の影響及びアーチ形状の変化の影響を考慮した。アーチの解析には遷移行列²⁾を用い、固定アーチが崩壊に至るまでの過程を自動的に追跡するプログラムを作成し、電子計算機を用いて数値計算を行った。

2. 降伏条件式²⁾ 曲げモーメント及び軸力を受けるI型梁の降伏条件式は、

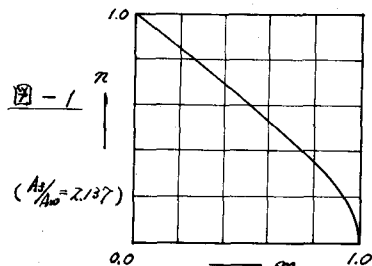
a. 中立軸がウェブ内にある場合

$$m = 1 - k_1 n^2 \quad (1)$$

b. 中立軸がフランジ内にある場合

$$m = k_2 (1 - n) - k_3 (1 - n)^2, \quad (2)$$

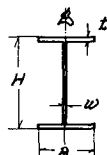
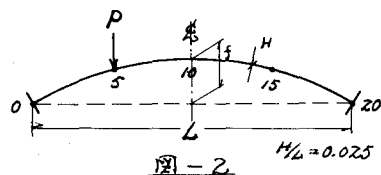
となる。ここに、 $m = M/M_p$, $n = N/M_p$, 定数 k_1 は断面 ($A_{fl}/A_w = 2.37$) 形状により定まる。この降伏条件式を図-1に示す。



3. 崩壊荷重 崩壊荷重に至ると構造物は数箇所に変形が非常に増大し、機構状態となる。機構状態になると部材は剛体運動が可能となり、構造物は不安定となる。ここでは構造物の最終強度をこの崩壊荷重をもって規定する。固定アーチは3次の不静定構造である。故に、一般には塑性ヒンジが4個形成されて崩壊に至る。但し、荷重及びアーチ形状が対称の場合には塑性ヒンジが5個形成されて崩壊に至る。弾性域より解析を進め固定アーチが崩壊に至るまで解析を行い、 α ヒンジ形成時の荷重を P_0 , β ヒンジ形成時までに P_0 より増加した荷重を P_1 , γ ヒンジ形成時までに $(P_0 + P_1)$ より増加した荷重を P_2 , 崩壊時までに $(P_0 + P_1 + P_2)$ より増加した荷重を P_3 とすると最終崩壊荷重 P_R は次の様に表わされる。

$$P_R = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 \quad (3)$$

4. 計算例 図-2に示す断面一杯の放物線固定アーチを例に取り計算を行った。荷重は均等荷重とし、断面形状を図-3に示す。但し、この放物線アーチを支間に沿って20等分し、内接多角形に近似して解析を行った。ここで解析は全て単純塑性理論によるものとし、有限変位理論による解を求めるには、一般に変位補正法³⁾と呼ばれる近似解析法を用いた。崩壊荷重及び塑性ヒンジの形成される位置を表-1に示す。但し、荷重極



$H = 20 \text{ t}$
 $B = 12.5 \text{ t}$
 $w = 0.65 \text{ t}$

図-3

の上段は有限変位理論による解，下段は微小変位理論による解を示す。単位： $(\times P_L / I_p)$

5. 考察 一般の梁構造では軸力は曲げモーメントに比して無視できるが，アーチ構造では軸力は無視できない。すなわち，軸力により断面の最大抵抗モーメントが低下する。この軸力による最大抵抗モーメントの低下状態を図-4に示す。この低下現象はフラットなアーチ程著しく現われる。例えば， $\frac{L}{r} = 0.1$ の場合には各々ヒンジで17%の低下が見られる。この軸力による断面の最大抵抗モーメントの低下は直接比例的に崩壊荷重の低下となり現われる。

載荷によりアーチ軸線が変化すると，その変形により付加断面力が生ずる。このため構造物が最終変形状態に達するまで断面力，変形量は変化する。荷重突込みの増加率を図-5に示す。今回の計算例について考えると， $\frac{L}{r} = 0.25$ のアーチが軸線の変化による影響を受けにくいと思われる。又，軸線の変化が崩壊荷重に与える影響はスレンダーな断面を持つアーチ程著しい。

今まで軸力と軸線の変化による影響を別々に考えてきたが実際にはこの二つの影響が同時に作用する。しかし二つの影響は互いに独立ではないので単純に重ね合わせることはできない。すなわち，軸線の変化による崩壊荷重の低下を考慮すると降伏条件を構成する曲げモーメントと軸力の割合が変化する。故に，試行錯誤により繰返し計算を行わねばならない。

崩壊荷重と $\frac{L}{r}$ の関係を図-6に示す。実線は有限変位理論による解，破線は微小変位理論による解を示す。微小変位理論による解に対する有限変位理論による解の低下率を図-7に示す。今回得られた結果では有限変位理論を用いることにより生ずる崩壊荷重の最大低下率は6%であった。この低下率は一般にフラットなアーチ程著しく， $\frac{L}{r} = 0.25$ 付近で極小値を持つ。

6. 参考文献

- 1). R.K. Livesley; Matrix Method of Structural Analysis.
- 2). L.S. Beedle; Plastic Design of Steel Frames.
- 3). 安藤成岡; 変形を考慮した任意の骨組構造の解析

表 - 1

$\frac{L}{r}$	X1ヒンジ		X2ヒンジ		X3ヒンジ		崩壊時	
	位置	荷重	位置	荷重	位置	荷重	位置	荷重
0.10	0	14.751	5	15.211	20	17.242	13	18.272
		15.110		15.470		18.350		18.970
0.20	0	16.020	5	16.870	20	19.040	13	20.610
		16.270		17.180		19.460		21.470
0.30	0	16.100	5	17.620	20	19.591	13	21.081
		16.300		17.980		19.980		21.820
0.40	0	16.060	5	18.160	20	19.960	13	21.321
		16.360		18.560		20.270		21.940
0.50	0	15.980	5	18.580	20	20.190	13	21.340
		16.220		19.040		20.620		21.990

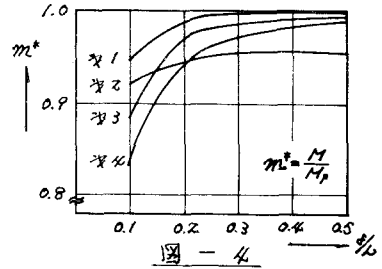


図 - 4

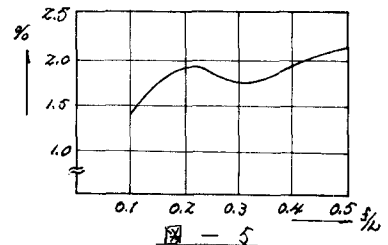


図 - 5

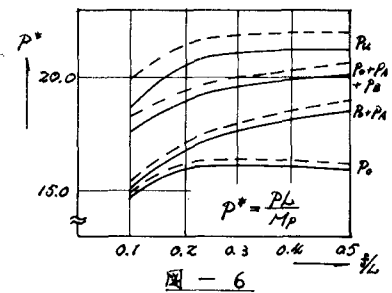


図 - 6

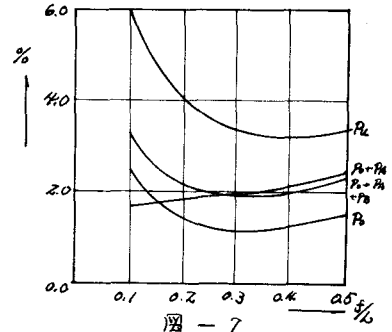


図 - 7