剛基礎—地盤系の等価振動モデル化について

京都大学工学部　　正員　○後藤尚男
京都大学大学院　　　　　弥田和夫
株式会社大本組　　　　　巣元利博

1. 緒　言

地盤に支えられた剛基礎体の振動解析は，周知のとおりばねーダッシュポット表示による法，半無限弾性波動論的解析，有限要素法の適用などによって，すでに数多く行なわれている。しかしてその地震応答解析より実耐震設計へ進むためには，結局合理的なばねーダッシュポット表示によるモデル化を考えるのが実用的であろうと思われるので，そのようなモデル化について考察検討した結果を報告する。

2. 等価的土柱によるモデル化

著者の1人後藤は等価土柱なる1次元モデルを概略次のように考えた[1]。上下方向を例にとると，図ー1 (a) における平均弾性沈下 u_s は近似的に，$u_s = \beta_0(1-\nu^2)\sqrt{A}\,q_s/E$ なるゆえ

$$k_v = AK_v = A\frac{q_s}{u_s} = A\frac{E}{\beta_0(1-\nu^2)\sqrt{A}} = \frac{E\sqrt{A}}{\beta_0(1-\nu^2)},\quad \beta_0\,(\text{正方形，円}) = 0.88 \qquad \text{-----}(1)$$

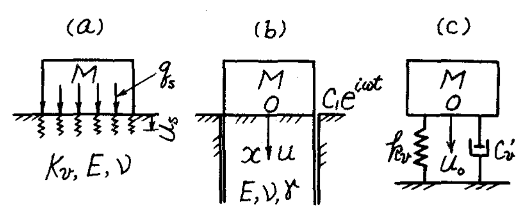
ここに，K_v：地盤係数，E，ν：土のヤング率，ポアソン比，A：底面積.

次に同図 (b) のように土柱を考え，基礎体 M が $u_0 = C_1 e^{i\omega t}$ で振動すると土柱には $u = C_1 e^{i\omega(t-\frac{x}{V_p})}$ なる進行波が伝わり，u_0 の反力は

$$-A(\sigma_x)_{x=0} = -Af(\nu)E\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} = Af(\nu)\frac{E}{V_p}\frac{\partial u_0}{\partial t},$$

$$f(\nu) = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\text{。}\quad x=0:\ M\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = A\sigma_x$$

$$\therefore M\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + Af(\nu)\frac{E}{V_p}\frac{\partial u_0}{\partial t} = 0 \qquad \text{-----}(2)$$



図ー1 等価土柱によるモデル化

上式は $M\ddot{u}_0 + c_v'\dot{u}_0 = 0$ と同等なるゆえ，$c_v' = Af(\nu)\frac{E}{V_p} = \frac{A\gamma V_p}{g}$ -----(3)

ここに，γ：土の単位体積重量，c_v'：等価粘性減衰係数。式 (1) の k_v とこの c_v' を便宜的に組み合わせると，$M\ddot{u}_0 + c_v'\dot{u}_0 + k_v u_0 = 0$　$\therefore \ddot{u}_0 + 2h_v' p\dot{u}_0 + p^2 u_0 = 0$，$p^2 = \frac{k_v}{M}$ -----(4)

地下逸散等価減衰定数は

$$h_v' = \frac{c_v'}{2\sqrt{Mk_v}} = \frac{1}{2}\frac{1-\nu}{\sqrt{1-2\nu}}\sqrt{\beta_0\gamma}\frac{\sqrt[4]{A^3}}{\sqrt{W}} = 0.47\frac{1-\nu}{\sqrt{1-2\nu}}\sqrt{\gamma}\frac{\sqrt[4]{A^3}}{\sqrt{Mg}} \qquad \text{-----}(5)$$

すなわち図ー1 (a) は式 (1)，(3)，(5) の k_v，c_v'，h_v' によって (c) にモデル化される。

3. 半無限弾性地盤理論よりのモデル化

J. Lysmer，F.E. Richart，Jr. による結果[2]の要点を引用する。まず質量 M のない図ー2 (a) の系に $P_0 e^{i\omega t}$ が作用するときの変位 u_0 は　$u_0 = \frac{P_0}{k_v}Fe^{i\omega t}$ -----(6)
で表わされる，($F = F_1 + iF_2$ ：変位関数)。

同図 (c) では $C\dot{u}+Ku=P_0e^{i\omega t}$ $\therefore i\omega CF+KF=k_v$ ----(7)

式 (7) に式 (6) の F を入れ実部と虚部にわけ，K, C を求めると，$K=\dfrac{F_1}{F_1^2+F_2^2}k_v$, $C=\dfrac{-F_2/\omega}{F_1^2+F_2^2}k_v$ ----(8)

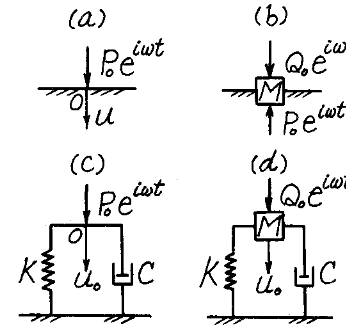


図-2 J. Lysmer のモデル化

次に図-3 (a) の半径 r_0 なる円形基礎を考えるに，無次元振動数 $\overline{\omega}=r_0\omega/V_s$ ($V_s=\sqrt{\gamma/Gg}$: 横波速度，G: せん断弾性係数) を式 (8) に入れると，

$$K=\frac{F_1}{F_1^2+F_2^2}k_v=k_1k_v,\quad C=\frac{-F_2/\overline{\omega}}{F_1^2+F_2^2}\frac{r_0k_v}{V_s}=c_1\frac{r_0k_v}{V_s} \quad \text{----(9)}$$

式 (9) を式 (7) に入れ慣性項 $M\ddot{u}_0$ を加えると，

$$M\ddot{u}_0+c_1\frac{k_vr_0}{V_s}\dot{u}_0+k_1k_vu_0=Q_0e^{i\omega t} \quad \text{----(10)}$$

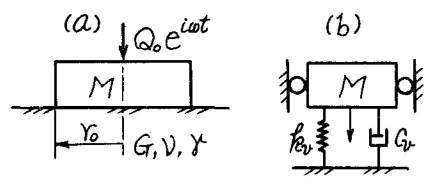


図-3 円形基礎体ー土系

Lysmer は静的には上式は $k_vu_0=Q_0$ より $k_1=1.0$，$0.3<\overline{\omega}<0.8$ の共振ピークを近似させる平均値として $c_1=0.85$ と与えた。したがって

$$K=k_1k_v=k_v=\frac{4Gr_0}{1-\nu},\quad C=c_v=c_1\frac{k_vr_0}{V_s}\doteq 0.85\frac{k_vr_0}{V_s}=\frac{3.4}{1-\nu}r_0^2\sqrt{G\gamma/g} \quad \text{----(11)}$$

4．比較検討

上記 2, 3 の両結果を円形基礎を例にとって簡単に比較する。等価ばね定数は

$$\frac{\text{式(11)の}k_v}{\text{式(1)の}k_v}=\frac{4Gr_0}{1-\nu}\frac{\beta_0(1-\nu^2)}{E\sqrt{A}}=\frac{4Gr_0}{1-\nu}\frac{0.88(1-\nu^2)}{2(1+\nu)G\sqrt{\pi}r_0}=\frac{1.76}{1.77}\cong 1.0 \quad \text{---(12)}$$

と一致する。次に 3. の Lysmer による等価減衰定数 h_v は

$$h_v=\frac{c_v}{2\sqrt{Mk_v}}=\frac{3.4r_0^2}{1-\nu}\sqrt{\frac{G\gamma}{g}}\Big/2\sqrt{\frac{4Gr_0}{1-\nu}M}=0.425\Big/\sqrt{\frac{1-\nu}{4}\frac{Mg}{r_0^3\gamma}} \quad \text{----(13)}$$

$$\therefore\ \frac{\text{式(13)の}h_v}{\text{式(5)の}h_v'}=\frac{0.425}{\sqrt{\dfrac{1-\nu}{4}\dfrac{Mg}{r_0^3\gamma}}}\Big/0.47\frac{1-\nu}{\sqrt{1-2\nu}}\sqrt{\frac{\gamma}{Mg}}\sqrt[4]{A^3}=0.77\frac{\sqrt{1-2\nu}}{(1-\nu)\sqrt{1-\nu}} \quad \text{-----(14)}$$

表-1 減衰定数の比較

ν	h_v/h_v'	h_v'/h_v
0.25	0.84	1.19
0.30	0.82	1.22
0.35	0.80	1.25
0.40	0.76	1.32
0.425	0.69	1.45
0.45	0.60	1.67
0.475	0.45	2.22
0.50	0	∞

表-1 にみるように，$\nu=0.25\sim0.40$ で h_v/h_v' $0.85\sim0.75$ であり，例えば直径 R と高さの等しい基礎体では $h_v'\cong0.45$，そのときの $h_v\cong0.35$ 程度となる。すなわち 2 と 3 の方法はばね定数で一致し，減衰定数で割合接近しているといえよう。

5．問題点

ここでは上下動を例にとり基本固有モードを対象として，できるだけ合理的なばねーダッシュポット表示を考察検討したが，周知のとおり多くの問題点がある。このような考え方は水平動，ロッキング，水平ーロッキングの連成系への拡張も比較的容易であり，動的耐震設計の見地からは捨てがたいものがある。それらについては講演時に言及したい。

1) 後藤尚男：地盤ー剛基礎体振動解析のための一実用モデル化について，第3回日本地震工学シンポジウム (1970) 講演集，1970.11.

2) J. Lysmer and F.E.Richart, Jr.: Dynamic Response of Footings to Vertical Loading, Proc. ASCE, Vol.92, SM1, Jan.1966.