

大阪工業大学

正員 岡村宏一

大阪設計コンサルタンツKK

正員 進藤泰男

1. まえがき

板と骨組の合成構造の振動固有値を求める問題は、比較的単純な有梁板などについて、古くから研究されているが、その手法は大別して、HuberやPflügerの直交異性板理論の系統を踏むもの、有効巾を定義し、骨組として扱うもの、板とはり是非合成で重ねたり、あるいは、偏心のない合成構造として扱う理論などである。しかし、いづれの理論も、板と骨組の結合状態を十分考慮しているとはいえず、断面構成が複雑になると質量配分や剛性の評価に関し、平均化、あるいは、連続性の欠除などのありまいさをもっている。

筆者らは、すでに、板と骨組の合成構造の曲げ問題の立体解析法について報告したが¹⁾、本文では、この方法を振動問題に拡張する場合の基本的な手法について述べる。

2. 板の曲げ、および、シャイベ作用による変形

図-1に示すような下面に骨組との合成に力を受ける板の自由振動の基礎方程式は、時間 t に関し、

$$D(\Delta W) = -\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - Q_u - \frac{h}{2} \left(\frac{\partial S_{ux}}{\partial x} + \frac{\partial S_{uy}}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$h(\Delta \Phi) = \nu \left(\frac{\partial S_{ux}}{\partial x} + \frac{\partial S_{uy}}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \int S_{ux} dx + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int S_{uy} dy \right) \quad (2)$$

ここに、 W = 板のたわみ、 $D = \frac{Ek^3}{12(1-\nu^2)}$: 板の曲げ剛度
 h = 板厚、 ρ = 板の単位体積質量、 ν = ポアソン比

σ = 応力関数、なお、 σ により、板のシャイベ応力は、

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{1}{h} \left(S_{ux} dx + C(y) \right), \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{1}{h} \left(S_{uy} dy + C'(x) \right), \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad (3)$$

と定義される。上式中 $C(y)$, $C'(x)$ は境界条件として与えられる。

いま変形、および、断面力を、つぎのような周期関数で表わす。

$$\left. \begin{aligned} W &= w \cos \omega t, & Q_u &= \bar{q}_u \cos \omega t, & S_{ux} &= S_{ux} \cos \omega t \\ S_{uy} &= S_{uy} \cos \omega t, & \Phi &= \phi \cos \omega t \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

さらに、 w , $\bar{q}_u$, S_{ux} , ϕ , S_{uy} をつぎのように級数表示する。

$$\left. \begin{aligned} w &= \sum_m \sum_n X_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y, & \bar{q}_u &= \sum_m \sum_n L_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \\ S_{ux} &= \sum_m \sum_n T_{mn} \cos \alpha_m x \sin \beta_n y, & S_{uy} &= \sum_m \sum_n T'_{mn} \sin \alpha_m x \cos \beta_n y \\ \phi &= \sum_m \sum_n \varphi_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

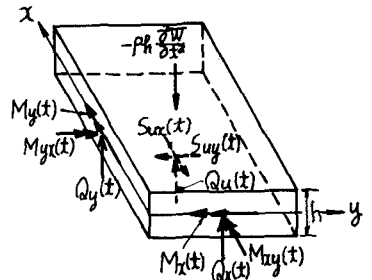


図-1

1) 岡村：板とBeam系の合成構造の立体解析法、ならびに、板と格子桁の合成による橋梁への応用 第23回年次学術講演会 昭43年

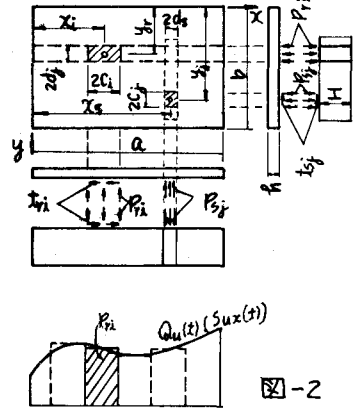
図-2を参照して、はり(V),(S)上の点*i*, *j*に斜線で示すような領域を考え、この領域内では、板とはりの間に働く不静定力 q_u, S_{ux}, S_{yq} は、一定値 $p_{ri}, p_{sj}, t_{ri}, t_{sj}$ であると仮定する。このように近似すれば、 q_u, S_{ux}, S_{yq} のフーリエ係数は容易に求められる。

$$L_{mn} = \frac{16 p_{ri}}{\pi^2 mn} \sin \alpha_m x_{ri} \sin \alpha_m C_{ri} \sin \beta_n y_{rr} \sin \beta_n d_{rr}, \quad L'_{mn} = \frac{16 p_{sj}}{\pi^2 mn} \sin \alpha_m x_{ss} \sin \alpha_m C_{ss} \sin \beta_n y_{sj} \sin \beta_n d_{sj}$$

$$T_{mn} = \frac{16 t_{ri}}{\pi^2 mn} \cos \alpha_m x_{ri} \sin \alpha_m C_{ri} \sin \beta_n y_{rr} \sin \beta_n d_{rr}, \quad T'_{mn} = \frac{16 t_{sj}}{\pi^2 mn} \sin \alpha_m x_{ss} \sin \alpha_m C_{ss} \cos \beta_n y_{sj} \sin \beta_n d_{sj}$$
(6)

式(4),(5),(6)を式(1),(2)に代入すれば、 W, ϕ のフーリエ係数 X_{mn}, φ_{mn} が得られる。基本的な特解として、四辺単純境界の場合を示す。さらに、一般的な境界条件に対応させるには補足解を重ねねばならない。

$$W(x, y, t) = \frac{16}{D \pi^2} \sum_m \sum_n \sum_r \sum_s \frac{1}{mn(\alpha_m^2 + \beta_n^2 - k^2)} \left\{ \frac{R}{2} \alpha_m t_{ri} \cos \alpha_m x_{ri} \right. \\ \left. - p_{ri} \sin \alpha_m x_{ri} \right\} \sin \alpha_m C_{ri} \sin \beta_n y_{rr} \sin \beta_n d_{rr} + \left\{ \frac{R}{2} \beta_n t_{sj} \sin \beta_n y_{sj} \right. \\ \left. - p_{sj} \cos \beta_n y_{sj} \right\} \sin \alpha_m C_{sj} \sin \alpha_m x_{ss} \sin \beta_n d_{ss} \Big\} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \\ \times \cos \omega t \quad \text{--- (7)} \quad E F^2 K = \sqrt{\frac{P R}{D}} W, \quad r, s \text{ は } x, y$$



方向はりの本数

$$\Phi(x, y, t) = \frac{16}{R \pi^2} \sum_m \sum_n \sum_r \sum_s \frac{1}{mn(\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \left\{ \alpha_m \left(\frac{\beta_n^2}{\alpha_m^2} - \nu \right) t_{ri} \cos \alpha_m x_{ri} \sin \alpha_m C_{ri} \sin \beta_n y_{rr} \sin \beta_n d_{rr} \right. \\ \left. + \beta_n \left(\frac{\alpha_m^2}{\beta_n^2} - \nu \right) t_{sj} \sin \alpha_m x_{ss} \sin \alpha_m C_{sj} \cos \beta_n y_{sj} \sin \beta_n d_{ss} \right\} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \cos \omega t \quad \text{--- (8)}$$

また、板の面内変形 $U_x(x, y, t)$ は次式により得られる。

$$U_x(x, y, t) = \int \left(\varepsilon_x(t) - \frac{R}{2} \frac{\partial^2 W(t)}{\partial x^2} \right) dx, \quad \varepsilon_x(t) = \frac{1}{E} (\sigma_x(t) - \nu \sigma_y(t)) \quad \text{--- (9)}$$

3. 骨組の曲げ、および、軸力による変形

前述のように、中点の座標が *i*, *j* なる領域ごとに一定不静定力を考え2つの2, 骨組に関しては、これらの荷重群、慣性力、ならびに、接点力を考慮してたわみ $\bar{W}(x, t)$, 軸変形 $\bar{U}(x, t)$ を与えねばならない。これらの解は一般に級数解となるが、総和公式を併用して、比較的、簡単な形にすることができる。

4. 連続の条件

板と骨組の接合面でのブロックの総数を N とすれば、未知量の総数は $2N$ となる。一方、各ブロックの中点につき、つぎの2つの連続条件をとれば、未知量の総数と一致する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{板のたわみ: } W(x, y, t) = \text{はりのたわみ: } \bar{W}(x, t) \\ \text{板の水平変位: } U_x(x, y, t) = \text{はりの水平変位: } \bar{U}(x, t) \end{array} \right\} \quad \text{--- (10)}$$

式(10)が時間 t にかかわらず成立すること、および、不静定力 $p_{ri}, p_{sj}, t_{ri}, t_{sj}$ が存在することより特性方程式が得られる。この特性方程式が0となる固有円振動数 ω を ω_{trial} と求めることになる。

なお、計算結果については講演時に申し述べます。