

京都大学 正会員 亀田弘行 川崎製鉄 正会員 石田昌弘

1. まえがき 不規則に変動する自然現象を確率過程論によって統計的にとらえようとする動きが、とりわけ耐震設計の問題として大きくクローズアップされ、不規則な外力を受けた時の系の応答、さらにはその応答によってもたらされる構造物の破壊機構との関連が重要視されつつある。ここでは、多自由度系構造物の応答を過渡応答として取り扱い、その確率応答諸量、すなわち分散、共分散、相関関数を理論的に求めてその統計的性質を調べた。その結果を多層構造物に適用して、質量分布、剛度分布、減衰定数の変化が応答評価に及ぼす影響を検討した。

2. 定常確率過程に対する線形多自由度系の過渡応答

線形多自由度系の運動方程式は、減衰項を適当に仮定すると各振動モードに対応する1自由度系の運動方程式に分解される。構造物の点 i の変位応答 y_i をモード X_{ji} と時間関数 $\xi_j(t)$ の積で表すと、点 i の振動変位 y_i は、 $y_i = \sum_{j=1}^n X_{ji} \xi_j(t)$ で示される。ここで添字 j は、モードの次数をあらわす。初期条件として $t \leq 0$ で構造物が静止していたとすると、その解はDuhamelの積分を用いることにより次式で示される。

$$\xi_j(t) = -\frac{\beta_j}{\omega_j} \int_0^t h_j(t-\tau) \ddot{z}(\tau) d\tau \quad \text{ここに、} h_j(\tau) = e^{-h_{0j}\omega_j\tau} \sin \omega_j\tau, \quad \omega_j = \sqrt{1-h_{0j}^2} \omega_0$$

ω_j : j 次の固有円振動数, h_{0j} : j 次の減衰定数, β_j : j 次振動に対する外力の影響係数
つぎに変位応答 y_i の共分散 $K_{y_i y_i}(t_1, t_2)$ は、上式の結果を使うと次式のように得る。

$$K_{y_i y_i}(t_1, t_2) = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{X_{ji} X_{im}}{\omega_j \omega_m} \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} K_{ff}(\tau, \tau) h_j(\tau) h_m(\tau) d\tau d\tau \right\} \quad (1)$$

ただし、 $K_{ff}(\tau, \tau)$ は入力項の共分散を与えるものである。

3. 過渡応答に対する基礎的確率量

2. で求めた共分散を基本として確率応答評価に必要な基礎的確率量、すなわち変位 $y_i(t)$ 、速度 $\dot{y}_i(t)$ 、加速度 $\ddot{y}_i(t)$ のそれぞれの分散 $\sigma_{y_i}^2(t)$ 、 $\sigma_{\dot{y}_i}^2(t)$ 、 $\sigma_{\ddot{y}_i}^2(t)$ および $y_i(t)$ と $\dot{y}_i(t)$ 、 $y_i(t_1)$ と $y_i(t_2)$ の相関係数 $\rho_{y_i \dot{y}_i}(t)$ 、 $\rho_{y_i y_i}(t_1, t_2)$ はそれぞれ次式の各式で計算することができる。

$$\sigma_{y_i}^2(t) = E[y_i^2(t)] = K_{y_i y_i}(t, t) = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{X_{ji} X_{im}}{\omega_j \omega_m} \int_0^t \int_0^t K_{ff}(\tau, \tau) h_j(\tau) h_m(\tau) d\tau d\tau \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_{\dot{y}_i}^2(t) = E[\dot{y}_i^2(t)] = K_{\dot{y}_i \dot{y}_i}(t, t) = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{X_{ji} X_{im}}{\omega_j \omega_m} \int_0^t \int_0^t K_{ff}(\tau, \tau) \dot{h}_j(\tau) \dot{h}_m(\tau) d\tau d\tau \right\} \quad (3)$$

$$\sigma_{\ddot{y}_i}^2(t) = E[\ddot{y}_i^2(t)] = K_{\ddot{y}_i \ddot{y}_i}(t, t) = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{X_{ji} X_{im}}{\omega_j \omega_m} \int_0^t \int_0^t K_{ff}(\tau, \tau) \ddot{h}_j(\tau) \ddot{h}_m(\tau) d\tau d\tau \right\} \quad (4)$$

$$\rho_{y_i \dot{y}_i}(t) = E[y_i(t) \dot{y}_i(t)] / \sqrt{\sigma_{y_i}^2(t) \sigma_{\dot{y}_i}^2(t)} = \frac{1}{\sigma_{y_i}^2(t) \sigma_{\dot{y}_i}^2(t)} \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{X_{ji} X_{im}}{\omega_j \omega_m} \int_0^t \int_0^t K_{ff}(\tau, \tau) h_j(\tau) \dot{h}_m(\tau) d\tau d\tau \right\} \quad (5)$$

$$\rho_{y_i y_i}(t_1, t_2) = E[y_i(t_1) y_i(t_2)] / \sqrt{\sigma_{y_i}^2(t_1) \sigma_{y_i}^2(t_2)} = \frac{1}{\sigma_{y_i}^2(t_1) \sigma_{y_i}^2(t_2)} \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{X_{ji} X_{im}}{\omega_j \omega_m} \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} K_{ff}(\tau, \tau) h_j(\tau) h_m(\tau) d\tau d\tau \right\} \quad (6)$$

4. 数値計算とその結果の考察

対象とした多質点系構造物は、5質点系せん断型構造物とした。数値計算のパラメータとしては、質量分布・剛性分布・減衰定数の変化に着目したが、ここでは、その一例として、質量分布・剛性分布が各層とも一様は、いわゆる Uniform frame を対象とし、減衰定数は各モードについて次に示す値を採用した。

1次	2次	3次	4次	5次
0.007	0.013	0.014	0.015	0.016

図-1には、固有振動モードを図示した。

図-2は、応答変位の分散を図示したものである。応答が定常状態に達するまでには、かなりの時間経過が必要であり、これらを各層別に比べるとその程度は第5層→第1層にゆくにしたがって比較的すみやかに定常状態に達することがわかる。また変位応答の分散では1次固有周期の半分の周期で振動していることがわかる。このことから系の1次振動が卓越していると解してよい。図-3には加速度応答の分散を示した。図-2と同様に定常状態に達するまでにはかなりの時間経過が必要である。また高次振動の効果が顕著にあらわれているのが特徴である。図-4には、不規則外力に対する応答変位が時間軸を横切る回数の期待値を図示したものである。 $t=0$ 付近における曲線は負の勾配で急速に減少をはじめ過渡応答の特徴を示し、最初1サイクル後は比較的すみやかに一定値に落ち着く。同図中に示した $2 \times$ (振動系の固有振動数)の値と比較すると、変位応答が1次振動に近い周期性を持ち、高次振動の影響を受けて $2/T_1$ よりわずかに高い $E[N_+(0)]$ の値を示していることがわかる。この高次振動の影響は低層ほど大きい。これは高次モードの振幅が低層で大きくなることと対応している。その他の計算結果については講演時に述べる。

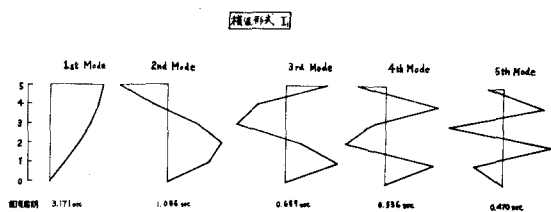


図-1 系モード形状

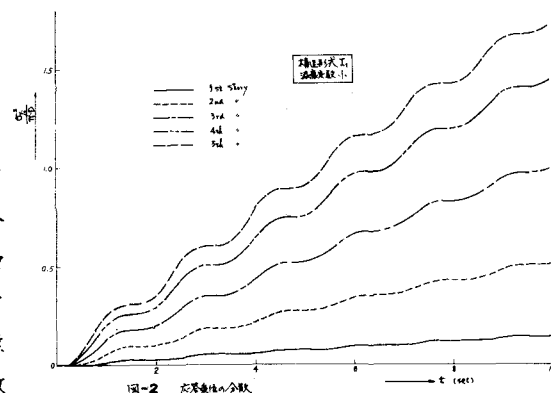


図-2 応答変位の分散

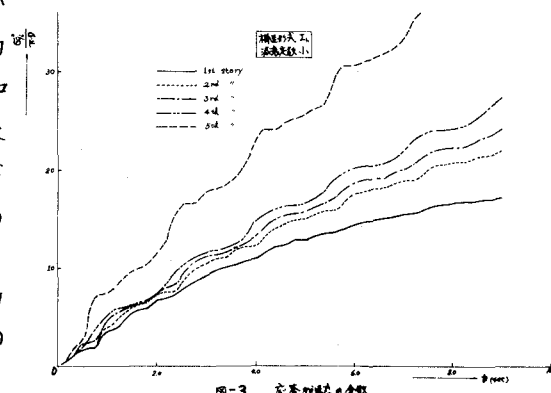


図-3 応答加速度の分散

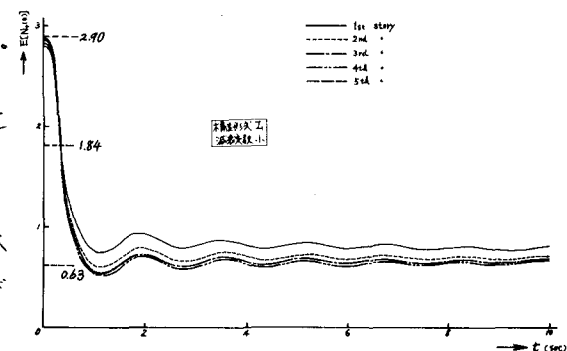


図-4 zero-crossingsの期待値と震害例値