I-7　　道路橋の疲労寿命推定に関する一研究

京都大学工学部　正員　工博　小西一郎
京都大学工学部　正員　工博　白石成人
K．K．熊谷組　正員　工修　○沖本　出

1．まえがき

近年の自動車交通の急速な発展にともない，自動車は大型化しており，既設の道路橋は設計当時，想定していなかった大重量の自動車荷重を受けることになり，橋の部材が疲労破壊を生じる可能性も大きくなっている。この研究では，走行する自動車による橋の振動は走行路面の凹凸によって生じるものと考え，その応答過程が定常な確率過程であると仮定した場合について，道路橋の期待寿命を推定する方法について考えてみた。

2．解法の概説

ここでは，走行する自動車の振動によって生じる橋の縁端応力の動的応答を求める過程を概述する。　自動車モデルとして，質量－ばね－ダッシュポットで表わされる１自由度モデルを仮定すると，自動車の接地力の動的な部分は不規則振動論を適用すると，次式で求められる。

$$S_f(\omega) = \frac{M^2 k^2 \omega^4 + M^2 c^2 \omega^6}{(M\omega^2 - k)^2 + c^2\omega^2} \cdot S_z(\omega) \qquad (1)$$

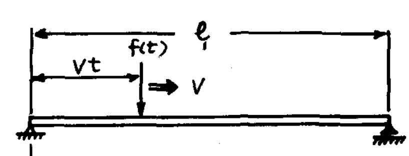
ここで，M，k，c は，それぞれ自動車の質量，ばね定数，減衰係数であり，$S_f(\omega)$，$S_z(\omega)$は，それぞれ，接地力の動的な部分，路面凹凸のパワースペクトル密度である。(1)式で求められた接地力の動的な部分は，確率的に等しい構造を有する定常確率過程によって，次式の$g_N(t)$のように，simulateすることができる。

$$g_N(t) = \left[\frac{1}{\pi N}\int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega)\,d\omega\right]^{\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{N} \cos(\eta_n t + \varphi_n) \qquad (2)$$

(1)，(2)式で，ωは円振動数である。また，実際の自動車交通では，車種による自動車諸量の分布，車頭間隔の分布，走行速度の分布など，複雑な荷重列をなして走行する。このような計算上の繁雑さを避けるため，単独の走行する自動車を分布荷重で置換し，この分布荷重の重ね合せによって，自動車列の動的な効果を表現する。

ここで，図－1に示す橋を考えるとき，接地力の動的な部分を $f(t)$ で表わすと，走行する自動車の橋に及ぼす力は，次式の $W(x,t)$ なる分布荷重で置換される。[1]

$$W(x,t) = \frac{2f(t)}{\ell}\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n\pi x}{\ell}\cdot\sin\frac{n}{\ell}\pi v t \qquad (3)$$



図－1

ここに，V は自動車の走行速度である。また，添字の m で，m番目に橋に到着する自動車を表わし，δを車頭時間々隔とすると，(3)式より，自動車列の橋に及ぼす動的な力，$\hat{W}(x,t)$は，次式のようになる。

$$\hat{W}(x,t)=\frac{2}{\ell}\sum_{n}\sin\frac{n\pi}{\ell}x\cdot\Phi_n(t)\ ,\quad \Phi_n(t)=\sum_{m}\left[f_m(t)\sin\frac{n\pi}{\ell}V\left(t-\sum_{r=2}^{m}\delta_r\right)\right] \tag{4}$$

ここで、$\sin\pi nV(t-\sum_r\delta_r)/\ell$ は、時間区間、$\sum_r\delta_r\leq t\leq\sum_r\delta_r+\ell/V$ で定義され、他の区間では、0である。(4)式中の $f_m(t)$ を(2)式の $g_N(t)$ で与え、橋の動たわみ曲線として、その1次モードを考え、橋の x_1 点の縁端応力のパワースペクトル密度、$S_\sigma(x_1;f)$ を求めると、次式のようになる。

$$S_\sigma(x_1;f)=\left(\frac{EI}{D}\right)^2\frac{4\pi^4}{\ell^6}\ \frac{S_{11}(f)}{16\pi^4w^2(f_1^2-f^2)^2+4\pi^2C_b^2f^2} \tag{5}$$

ここで、f は自然振動数であり、EI, D, w, C_b は、それぞれ、橋の曲げ剛性，断面係数，単位長さ当りの質量，および減衰係数である。また、$S_{11}(f)$ は、(4)の第2式で、$n=1$ の場合の $\Phi_1(t)$ のパワースペクトル密度である。このようにして、縁端応力のパワースペクトル密度が求められると、応力範囲（σ_ℓ，σ_u）で応力にピークの生じる単位時間当りの期待回数は次式で求めることができる。[2]

$$E\left[\text{Peaks Betw. }\sigma_\ell\text{ and }\sigma_u\right]=\frac{\sqrt{-R''(0)}}{4\pi\,R(0)^{3/2}}\int_{\sigma_\ell}^{\sigma_u}x\cdot\exp\left(-\frac{x^2}{2R(0)}\right)\left[1+\mathrm{Erf}\left(\frac{kx}{\sqrt{2R(0)}}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\times\frac{\sqrt{2R(0)}}{kx}\cdot\exp\left(\frac{-k^2x^2}{2R(0)}\right)\right]dx\ ,\quad k=\left(\frac{R(0)R''''(0)-R''^2(0)}{R''^2(0)}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{6}$$

(6)式で、$R(\tau)$ は、x_1 点の縁端応力の相関々数であり，$R''(\tau)$, $R''''(\tau)$ は、τ に関するそれぞれ、2階，4階の導関数であるから、$S_\sigma(x_1;f)$ が既知であれば、$R(0)$, $R''(0)$, $R''''(0)$ は容易に知ることができる。　(6)式によって求めた自動車の振動による橋の縁端応力のピークの値と、自動車の自重を"crawling load"として得た縁端応力の値を重ね合わせることによって、道路橋の自動車荷重によって生じる縁端応力のピークの値と、その期待回数を求め、マイナーの法則に従って、期待寿命を推定した。

3、数値計算例

交通流モデルは、観測データが得られなかったので、つぎのように設定した。1日交通量を120台とし、複数の自動車が同時に橋の上を走行する場合を評価するため、60台の自動車が、2時間の間に集中して橋に到着するものとし、その到着の過程がポアソン過程であるとして、自動車の荷重列の効果を取り入れた。また、自動車の重量分布は、重量車，大重量車の比率が、9：1であるとし、このような自動車荷重が1車線の道路橋に作用するとして数値計算を行った。重量車を10^t，大重量車を20^tとし、路面の凹凸のパワースペクトル密度、$S_z(\omega)$ を

$$S_z(\omega)=\frac{1}{V}\cdot0.010\cdot\left(\frac{\omega}{2\pi V}\right)^{-1.792}$$

と仮定したとき[3]の期待寿命は、約300年と推定された。

(1) Inglis, C. E. ; A Mathematical Treatise on Vibration in Railway Bridges, Cambridge (1934)

(2) Robson, J. D. ; AN INTRODUCTION TO Random Vibration, Edinburgh Univ. Press (1964)

(3) 小堀為雄 ; 走行荷重に対する道路けた橋の動的性状に関する研究 (昭42)