

京都大学工学部 正員 小西 一郎
 京都大学工学部 正員 白石 成人
 建設省 正員 浅沼 秀 弥

フラップの無い一様な二次元平板が 一様流速 V の二次元空気流中において ねじれとたわみの二自由度連成微小振幅調和振動を有する場合、これに作用する非定常空気の慣性項を無視すれば この系の振動方程式は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\zeta_a \omega_n \dot{\theta} + \omega_n^2 \theta &= -\frac{2\pi p b}{m} V^2 \left\{ C(\theta) \left(\alpha + \frac{\dot{\theta}}{V} \right) + [1 + C(\theta)] \frac{b}{2V} \ddot{\alpha} \right\} \\ \ddot{\alpha} + 2\zeta_s \omega_s \dot{\alpha} + \omega_s^2 \alpha &= \frac{\pi p b^2}{I_p} V^2 \left\{ C(\theta) \left(\alpha + \frac{\dot{\theta}}{V} \right) - [1 - C(\theta)] \frac{b}{2V} \ddot{\theta} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

このような振動系が定常振幅調和振動を有するためには、次のフラッター行列式が零とならなければならない。

$$\begin{vmatrix} (-1 + \frac{1}{X^2} + \frac{\mu}{\epsilon} G) + (\frac{\mu}{\epsilon} H + 2\zeta_a \frac{1}{X}) i, & (\frac{\mu}{\epsilon^2} H + \frac{\mu}{2\epsilon} G) + (\frac{\mu}{2\epsilon} H - \frac{\mu}{\epsilon^2} G) i \\ -\frac{\mu}{\epsilon} G - \frac{\mu}{\epsilon} H i, & (-V + V p^2 \frac{1}{X^2} - \frac{\mu}{\epsilon^2} H - \frac{\mu}{2\epsilon} G) + (2V \zeta_s p \frac{1}{X} + \frac{\mu}{\epsilon^2} G + \frac{\mu}{2\epsilon} - \frac{\mu}{2\epsilon} H) i \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

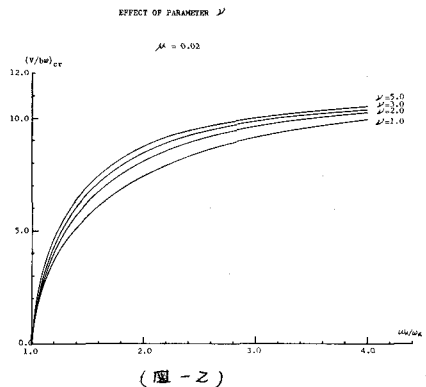
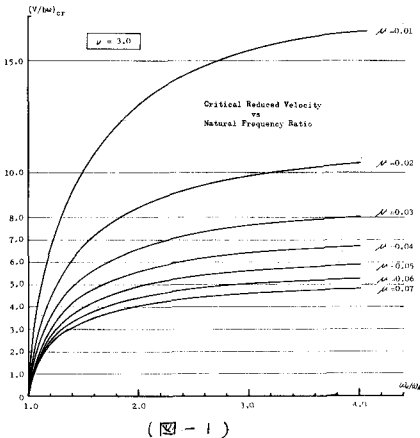
$$\therefore \mu = \frac{2\pi p b^2}{m}, \quad V = \frac{2I_p}{m b^2}, \quad p = \frac{\omega_s}{\omega_n}, \quad X = \frac{\omega}{\omega_n}, \quad \epsilon = \frac{b\omega}{V}$$

$$C(\epsilon) = F(\epsilon) - i G(\epsilon) = F - i G$$

(2) 式が成立するためには その実部と虚部が同時に零となる ことが必要であり、次に示す実部方程式と虚部方程式と同時に満す X を試行錯誤的に見出すことにより、この平板のフラッター風速、フラッター周振動数等が求まる。

実部方程式；

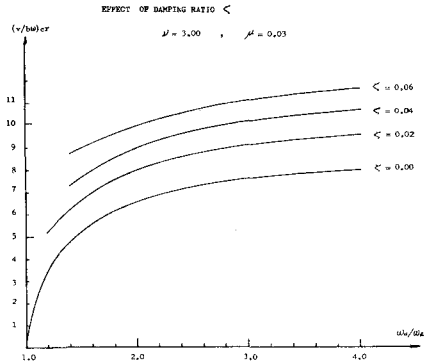
$$\begin{aligned} (V + \frac{\mu}{\epsilon^2} H + \frac{\mu}{2\epsilon} G - \frac{\mu}{\epsilon} G - \frac{\mu^2}{\epsilon^2} H) X^4 + (-2\zeta_a p \frac{\mu}{\epsilon} H - 2\zeta_a \frac{\mu}{\epsilon^2} G - \zeta_a \frac{\mu}{\epsilon} + \zeta_a \frac{\mu}{\epsilon} H) X^3 \\ + (-V - V p^2 - \frac{\mu}{\epsilon^2} H - \frac{\mu}{2\epsilon} G + \frac{\mu V}{\epsilon} p^2 G - 4V \zeta_s p) X^2 + V p^2 = 0 \end{aligned} \quad (3)$$



運動方程式；

$$-\frac{\mu}{\epsilon} \left(\frac{G}{\epsilon} + \frac{1}{\epsilon} - \frac{\mu}{\epsilon} G + \nu F \right) X^3 - 2(\nu \zeta_R + \nu \zeta_D p - \zeta_D p \frac{\mu \nu}{\epsilon} G + \zeta_R \frac{\mu}{\epsilon} F + \zeta_R \frac{\mu}{\epsilon} G) X^2 + (p^2 \frac{\mu \nu}{\epsilon} F + \frac{\mu}{\epsilon} G + \frac{\mu}{\epsilon} - \frac{\mu}{\epsilon} F) X + 2\nu (\zeta_D p + \zeta_R p^2) = 0 \quad (4)$$

パラメーター μ , ν および固有円振動数比 p がフラッター推算風速に及ぼす影響を調べるために作製した図の一例を (図-1), (図-2) に示している。(ただし, 減衰比は $\zeta_D = \zeta_R = 0$ とした。) これから明らかなように フラッター推算風速は ν の影響はあまり受けないが, パラメーター μ に大きく変化することがわかる。(図-3) は減衰比 ζ の影響を調べるための図の一例である。(ただし $\zeta_D = \zeta_R = \zeta$ としている。) 突橋の場合の構造減衰は $\zeta \leq 0.01$ と考えられるから, 減衰の知見により耐風性は若干向上する。なお, パラメーター ν は $(\pi/bw)_{cr}$ に及ぼす影響は小さいが, 減衰のある場合の減衰の知見を大きくすることが数値計算上確かめられた。



(図-3)

1934年 H. Theodorsen によって求められた振動二次元平板に作用する非定常空気力係数を振動を指数的に表示することから出発しているため, それが通ちに物理的意味を持つ空気力を表しているわけではない。平板に作用する非定常空気力を実数として表すためには Theodorsen の示した空気力を実部と虚部に分離することが必要となり, この操作の後, 揚力 L および回轉モーメント M_a は次のようになる。

$$\begin{aligned} L &= -\pi p b^2 \{ \dot{v} \dot{\alpha} + \ddot{v} \alpha - b \ddot{\alpha} \dot{\alpha} \} - 2\pi p \nu b F \{ v \dot{\alpha} + \ddot{v} \alpha + b(\frac{1}{2} - a) \ddot{\alpha} \} + 2\pi p \nu b G \{ v \frac{\dot{\alpha}}{\omega} + \ddot{v} \alpha + b(\frac{1}{2} - a) \frac{\ddot{\alpha}}{\omega} \} \\ M_a &= -\pi p b^2 \{ (\frac{1}{2} - a) v b \ddot{\alpha} + b^2 (\frac{1}{8} + a^2) \ddot{\alpha} - a b \ddot{\alpha} \dot{\alpha} \} + 2\pi p \nu b^2 (a + \frac{1}{2}) F \{ v \dot{\alpha} + \ddot{v} \alpha + b(\frac{1}{2} - a) \ddot{\alpha} \} \\ &\quad - 2\pi p \nu b^2 (a + \frac{1}{2}) G \{ v \frac{\dot{\alpha}}{\omega} + \ddot{v} \alpha + b(\frac{1}{2} - a) \frac{\ddot{\alpha}}{\omega} \} \end{aligned} \quad (5)$$

この式から明らかなように, 二次元平板に作用する非定常空気力は $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$, α , $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$ の線形結合で表わされるので, これを次のような非定常空気力係数 H_i , A_i ($i=1, 2, \dots, 5$) を用いて表わすことにする。

$$\begin{aligned} L &= m \{ H_1 \dot{\alpha} + H_2 \ddot{\alpha} + H_3 \alpha + H_4 \dot{\alpha} + H_5 \ddot{\alpha} \} \\ M_a &= I_p \{ A_1 \dot{\alpha} + A_2 \ddot{\alpha} + A_3 \alpha + A_4 \dot{\alpha} + A_5 \ddot{\alpha} \} \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式と (5) 式を対応させることにし, 二次元平板に対する理論的な非定常空気力係数は次のようになる。(* 印は無次元非定常空気力係数である。)

$$\begin{aligned} H_1 &= -\frac{2\pi p b^2 \nu^2}{m} \frac{F}{\nu} = \frac{p b^2 \omega}{m} H_1^*, & A_1 &= \frac{\pi p b^2 \nu^2}{I_p} \cdot 2(a + \frac{1}{2}) \frac{F}{\nu} = \frac{p b^2 \omega}{I_p} A_1^* \\ H_2 &= -\frac{2\pi p b^2 \nu^2}{m} \{ (\frac{1}{2} - a) \frac{b}{\nu} F + \frac{b}{2\nu} - \frac{G}{\omega} \} = \frac{p b^2 \omega}{m} H_2^*, & A_2 &= \frac{\pi p b^2 \nu^2}{I_p} \{ 2(\frac{1}{4} - a^2) \frac{b}{\nu} F - (\frac{1}{2} - a) \frac{b}{\nu} - 2(a + \frac{1}{2}) \frac{G}{\omega} \} = \frac{p b^2 \omega}{I_p} A_2^* \\ H_3 &= -\frac{2\pi p b^2 \nu^2}{m} \cdot F = \frac{p b^2 \omega^2}{m} H_3^*, & A_3 &= \frac{\pi p b^2 \nu^2}{I_p} \cdot 2(a + \frac{1}{2}) F = \frac{p b^2 \omega^2}{I_p} A_3^* \\ H_4 &= -\frac{\pi p b^2}{m} \{ 1 - 2 \frac{\nu}{b\omega} G \} = \frac{p b^2}{m} H_4^*, & A_4 &= \frac{\pi p b^2 \nu^2}{I_p} \{ a \frac{b}{\nu^2} - 2(a + \frac{1}{2}) \frac{1}{\nu\omega} G \} = \frac{p b^3}{I_p} A_4^* \\ H_5 &= \frac{\pi p b^2}{m} \{ b a + 2(\frac{1}{2} - a) \frac{\nu}{\omega} G \} = \frac{p b^3}{m} H_5^*, & A_5 &= -\frac{\pi p b^2 \nu^2}{I_p} \{ (\frac{1}{8} + a^2) \frac{b^2}{\nu^2} + 2(\frac{1}{4} - a^2) \frac{b}{\nu\omega} G \} = \frac{p b^4}{I_p} A_5^* \end{aligned}$$

参考；第25回年度学術講演会 講演要旨集 第I部 I-150 “平板に揚力に作用する非定常空気力に関する研究”