Ⅳ－1

道路網の容量解析について

大阪市立大学工学部　正員　西村　昂

1. まえがき

道路網を構成する道路（単路）、交差点には交通容量（traffic capacity）があるため、それらが組合さってできている道路網にも両者から規制される交通容量が存在する。従来、交差点の交通容量の設定の方法が比較的困難でありかつ複雑であったためであろうが、交通容量の問題にしろ交通配分の問題にしろ、交差点容量を無視して、単路部分のみによって容量を考えた場合が比較的多かったように思える。ここでは交差点容量をかなり単純化した形でとり入れて道路網の容量を考えてみたい。

2. 問題の定式化

ネットワークのフローに対する容量はフローの性格によって規定される。どのようなフローにしろネットワークは容量をもち、フローがネットワークの容量に達している場合には、フローを制約している（すなわち容量に達している）要素をつなぐと、フローの起終点を分離する一つの断面ができる。もし断面ができずにすべての起終点間が容量に達していない要素で連結されているならば、フローはまだ増加するはずである。この切断面はそのフローに対するネットワークの最小カットを含んでいるといえる。したがってフローの性格がきまると、計算方法は別として、最小カットもきまってくる訳である。一般的には、フロー問題は最小カット問題に変換されることになる。

道路のネットワークにおいて、以下では交差点をノード、道路部分をアークと呼ぶことにしたい。ネットワーク理論においては、カットは通常、アークだけで構成されるものと考えられている。このようなカットは道路網では単路部分のみしか考えていないことになる。したがって交差点部分を考慮すると、カットの要素にノードを含んだものに拡張する必要がある。したがってこの場合の問題はフローの性格がきまると、それに対するノードを含んだ最小カットを見つける問題となる。ノードを含むといっても結果としてノードを含まないアークだけの最小カットも当然ながらあり得る。

交差点の交通容量は信号現示その他によって同じ幾何構造をもっていても一般的には固定した値をとらないが、標準的な交通制御方法を前提としてある値を設定することはできよう。ここでは単純化して交差点全体としてある一定値を設定し、方向別の転向量の比率などは考慮しないことにする。また容量はノードを通過するフローに対する容量と考え、発着するフローに対する容量は考えない。またフローの発着点もノードだけと考える。

3. ノードの容量を考慮した最小カット

ノードの容量を考慮した最大フロー問題あるいは最小カット問題は、従来から知られているアークだけのカットに対する方法を幾分修正することによって利用できる場合が多い。これはノードもアークと同じようにフローを流すところは同じであるが、ノードが容量に達すると、そのノードに出入するすべてのアークは、まだ容量には達していなくても利用

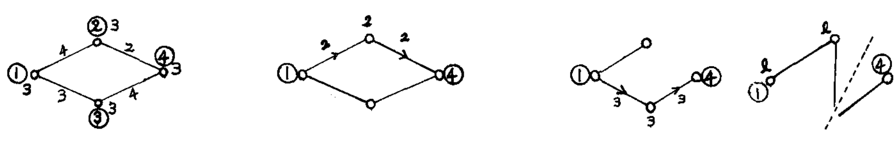
できなくなるという相違がある。そしてこれを従来のアルゴリズムにとり入れればよい。

3-1　ラベリング法[1]

Ford and Fulkerson のラベリング法は二点間フローの最大値あるいは最小カットを求める代表的なアルゴリズムであるが、これを一部修正して次のように行えば、ノード容量を含む場合にも応用できると考えられる。

(1)　すべてのアーク、ノードのフロー f_i（iはアークまたはノード番号）を0とする。
(2)　起点sにラベルをつける。（ラベルは道筋を記録するため）
(3)　起点より順次、隣接しているノードにラベルをつけ、終点tに達する経由ノード数の少ないルート $r(s,t)$ を見つける。見つけられない場合は(7)へ。
(4)　ルート $r(s,t)$ 上に流れうる最大フローは、そのルート上のアーク、ノードの残余容量の最小値であるから、これをそのルート上のフロー f_i とする。
(5)　ルート $r(s,t)$ 上の要素の残余容量 C_i を $C_i - f_i$ でおきかえる。これによって少なくとも1本のアークあるいは1個のノードの残余容量は0となる。残余容量の0となった要素はネットワークからとり除く。ノードがとり除かれると、それに出入するすべてのアークは以後は利用できなくなる。
(6)　(1)～(5)のステップをくり返す。
(7)　起点から隣接ノードにラベルづけし、ラベルづけもそれ以上進まずしかも終点に達するルートが見つけられなくなれば、アルゴリズムは終了する。また最大フローはそれまでに流れたフローの合計に等しく、またこれは最小カットの容量にも等しい。

図-1(a)のネットワークにおいてノード、アークに付した数字を容量と考えてノード1から4への最大フローを考える。第1ステップで図-1(b)のような値2のフローが求められ、アーク(2,4)が容量いっぱいとなってとり除かれる。第2ステップでは図-1(c)のように値3のフローが求められる。その結果図-1(d)のネットワークとなり、第3ステップではラベルづけされるノード(ℓ)とされないノードに分れ、その間に点線で示すような最小カットが見つけられる。



(a)　(b)　(c)　(d)

図-1

3-2　OD配分による方法[2]

ODパターンをもつフローに対しては最大フローに対する近似値（下限値）を求める1つのアルゴリズムとしてOD配分による方法が考えられる。これに対してもノードにフローを配分し、容量に達したノードに出入するアークは利用できないような条件を付加することによってアルゴリズムを修正することができる。

(1)　ODパターンを配分する（簡単には最短路のみに配分する）。
(2)　アーク、ノードの残余容量 C_i と配分交通量 g_i より C_i/g_i を各要素について計算

し、その最小値を求めてフローTとする。

(3) フローTに対して各アーク、ノードへの配分交通量は $g_i T$ であるから、$C_i - g_i T$ を各要素の新しい残余容量とする。残余容量が0の要素はネットワークからとり除く。ノードがとり除かれると、それに出入するアークは利用できなくなる。

(4) ネットワークにカットが生じていなければ、(1)に帰る。カットが生じていればアルゴリズムは終了し、それまでに得られたフローの合計が求めるフローである。

図-1(a)のネットワークに対して図-2に示すODパターンをもつフローに対して行なった計算例を図-3に示す。

	1	2	3	4
1	0	0.2	0	0.4
2		0	0.2	0
3			0	0.2
4				0

図2

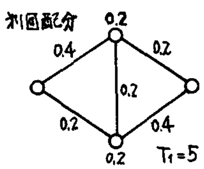


図3 (a)

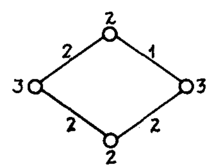


図3 (b)

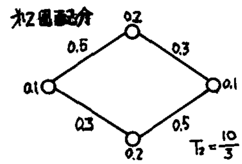


図3 (c)

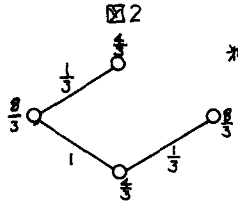


図3 (d)

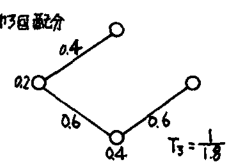


図3 (e)

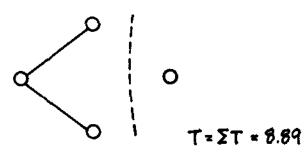


図3 (f)

3-3 変換ネットワークによる方法

最小カットの問題を変換ネットワークの一つである双対ネットワークによりルート(ループ)の問題に変換することはよく知られている[3]。図-4においては実線の1と4の間の最小カットは、点線で表わした双対ネットワークにおいて p_1 から p_2 への最短路を求める問題に変換される。

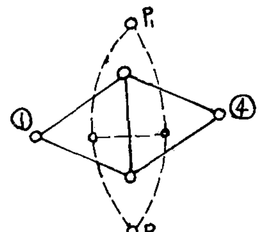


図-4

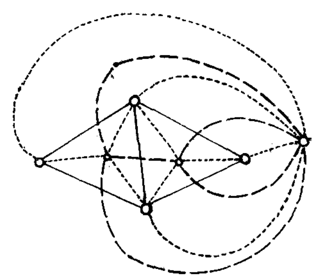


図-5

ノードの容量を考える場合にも図-5に示すような変換ネットワークを利用すると、ループの問題に変換されることがわかる。

4. あとがき

ノードの容量を考慮した最小カットの問題について2,3の方法を考えてみたが、みな従来考えられていた方法を修正したものにすぎない。これは本来アークだけによってもネットワークの容量というものが、理論的にも実用的にも十分というものがアルゴリズムとして見あたらない現在ではやむを得ないかも知れない。

参考文献

1)、L.R.Ford Jr, and D.R.Fulkerson; Flows in Networks, Princeton Univ. Press, 1962.　2) 西村 昂: 道路網の最大フローの存在範囲について, 第23回土木学会年次学術講演会概要-第IV部, 1968.　3) L.R.Ford Jr. and D.R.Fulkerson; Maximal Flow through a Network, Canad. J. Mathematics vol.8 pp.399～404, 1956.