

異方性岩の破壊規準について

京都大学工学部 正員 小林 昭一

[1] はじめに

堆積岩や広域変成作用を受けた岩石には卓越した層理や片理などに発達しており、そのため異方性強度を呈し、また、一方向な規模で見ると、等方均質に近い岩石から成る岩盤においても、それつや分離面ないし新層が存在し、そのために岩盤全体としては異方性強度を示すことはよく知られている。しかしながら、異方性岩石および岩盤の破壊規準に関しては未だ十分説明されているとは言い難い。現在までに提案されている異方性岩の破壊規準は、Jaeger による *Coulomb* 破壊規準の適用、および、Hoek, あるいは Walsh & Brace の Griffith および修正 Griffith 理論の適用を教えるのみである。本報は、これらの理論を含めて、異方性岩の破壊規準の一般特性を検討したものである。最初に破壊曲面の概念を導入し、その特性について述べ、次いで簡単な数学モデルに基づいて、2,3 の二次元破壊規準を考察し、更に3次元に拡張した。最後に今までに得られている実験結果と比較検討した。

[2] 破壊曲面とその特性

岩石の脆性破壊は一般に既存欠陥から引き起こされ発生に起因すると考えられている。今、ある欠陥周囲上の応力が或る値、材料の固有引張強度 σ 、面内せん断強度 τ 、面外せん断強度 σ_s に達したときに破壊が生じると考えると、材料内の全ての点で $\sigma(\sigma, \tau, \sigma_s) \leq 0$ であり、極限状態で $\sigma = 0$ となるような関数が決定できよう。しかしながら、一般には欠陥の形状、分布は未定であり、この条件をそのまま適用することはできない。したがって、これを外荷重の関数として表わすことを考えよう。一般に材料が Drucker の意味で安定であれば、材料内の応力状態は外荷重の関数と考えられるので、極限状態に対応して $F_\tau(P_i) = 0$ が定められる。これは P_i 空間内の曲面を表わしている(破壊開始曲面)。この曲面より外側の点に対しては、考えている材料内に少なくとも一つ以上のき裂が発生、あるいは成長することになる。この状態に対応して $F_\tau(P_i) = 0$ (逐次破壊曲面)が定められる。更に、全体としての破壊(崩壊)に対応する $F_\tau(P_i) = 0$ は終局破壊曲面と呼ばれ、材料の最大耐荷力を表わす曲面となる。これらの曲面は、一般には載荷履歴に左右されるので、 P_i 空間内に固定したものとはならないであろう。一様応力状態(homogeneous state of stresses)を置けるような荷重群を考えれば、荷重群は主応力 σ_1 によって置き換えられるので、破壊曲面は
$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3; \theta) = 0$$
 で表わすことができる。ここに θ は材料の方向性を示すベクトルである。破壊曲面は一般には凸であることが知られている。一般的な破壊規準を求めることは、上述のような破壊曲面を決定することに他ならない。以下では簡単のために比例載荷の場合のみについて考える。

[3] 二次元破壊規準

Jaeger の「単一弱面」モデル、および Hoek, あるいは Walsh & Brace の「単一クラック」モデルを拡張して、等方均質弾性材料内に弱面群およびクラック群が存在するようなモデルを考える。

弱面間の相互干渉がないと仮定すると、 i 番目の弱面が破壊する条件は

(i) Coulomb 規準によると

$$\sigma_i = \frac{\mu_i \sin 2\alpha_i + \mu_i (1 + \cos 2\alpha_i)}{\sin 2\alpha_i - \mu_i (1 - \cos 2\alpha_i)} \sigma_3 + \frac{2c_i}{\sin 2\alpha_i - \mu_i (1 - \cos 2\alpha_i)} \quad (1)$$

(ii) Mohr の規準によると

$$\sigma_i = \frac{1}{\sin^2 2\alpha_i} \left[\sigma_3 \sin^2 2\alpha_i + \lambda_i (1 - \cos 2\alpha_i) \pm \left\{ \lambda_i^2 (1 - \cos 2\alpha_i)^2 + 4 \sin^2 2\alpha_i (\lambda_i \sigma_3 + D_i) \right\}^{1/2} \right] \quad (2)$$

と与えられる。ここに α_i は弱面に最大主応力 σ_i (σ_1, σ_2) の方向と成す角を、 $\mu_i, c_i, \lambda_i, D_i$ は材料定数を表わすものとする。これらは“単一弱面”モデルの破壊規準を表わす。Mohr および Coulomb 破壊規準と Griffith および修正 Griffith 理論との等価性を考えると、 $\lambda_i \rightarrow 4N, D_i \rightarrow 4N^2, c_i \rightarrow 2N$ とすると Griffith および修正 Griffith 理論より導かれた Hoek, Walsh & Brace の破壊規準が求められる。もし、微小クラックの破壊条件に最大主応力仮説の代わりにせん断破壊仮説を適用すれば、クラックが閉をくしないという条件の下では破壊規準は

$$(\sigma_i - \sigma_3) \sin 2\alpha_i = 2T \quad (3)$$

となり、クラックの閉をくを考慮すれば、修正 Griffith 理論と同様の規準

$$\mu_i (\sigma_i + \sigma_3) - (\sigma_i - \sigma_3) (\sin 2\alpha_i + \mu_i \cos 2\alpha_i) = 2T \quad (4)$$

を得る。 $(T \rightarrow N)$ とすれば修正 Griffith 理論となる。直交異方性弾性体内に異方性主軸方向に沿うクラックを考えた場合には、式(3), (4)の T を直交異方性材料の固有のせん断強度 T' で置き換えるものとなる。物理的意味は全く異なっているけれども

形の上では上述の破壊規準は全て、式(1), (2)の形に表わすこととできる。“弱面群”モデル、あるいは“クラック群”モデルに対しては、単一弱面ないし単一クラックを含む仮想モデルに対応する全ての破壊規準のうち、最小強度を与えるものが求める破壊規準である(図-1)。

4. 破壊曲面 (3次元破壊規準)

主応力座標系 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ を、静水圧線と σ_3 とするような新しい座標系 $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ に変換する。

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \\ \sigma'_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix}$$

簡単のために弱面は σ_3 軸に平行な平面と仮定すると、破壊強度は σ_3 には影響されないと考えられるので、破壊曲面の式は

(i) Coulomb 規準によると

$$\sigma'_1 = \sqrt{3} \frac{\sin 2\alpha_i + \mu_i \cos 2\alpha_i}{\mu_i} \sigma'_2 + \sqrt{3} \sigma'_3 + \sqrt{3} \frac{c_i}{\mu_i} \quad (5)$$

(ii) Mohr の規準によると

$$\sigma'_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sin^2 2\alpha_i}{\lambda_i} (\sigma'_2)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin 2\alpha_i \sigma'_2 + \sqrt{2} \sigma'_3 + \sqrt{3} \frac{D_i}{\lambda_i} \quad (6)$$

となる。これは $\sigma_1 \geq \sigma_3$ であれば、 σ_2 の値如何に拘らず成す。弱面群に対しては、これらを単一弱面に対して適用して得られる曲面群のうち $\sigma_{oct} = \text{const.}$ に対して、最小の σ_{oct} を与える合成曲面が破壊曲面となる(図-2、式(6)より求められる)。

5. 実験結果との比較

上述の破壊規準は実験結果をよく説明できる。詳細は当日発表する。

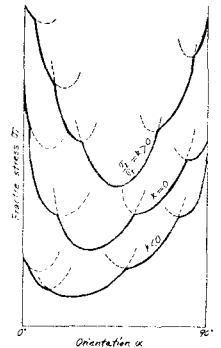


図-1

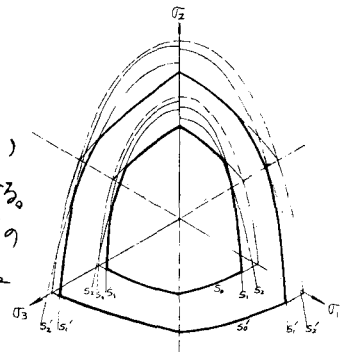


図-2