異方性弾性地山内の水平坑道周辺の重力による応力状態

京都大学 工学部 正員 丹羽義次
京都大学 工学部 正員○平島健一

1. はじめに

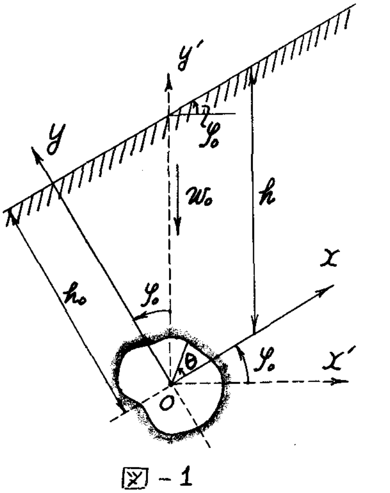
岩盤あるいは地盤を等質の等方性弾性体と仮定した場合，これに開削された水平坑道周辺の重力による応力状態についての理論的ならびに実験的な研究が従来より，多数行なわれている。 例えば，水平地表面下の円形断面坑道に対する山口，安蔵，Mindlin らの研究，一定の傾斜を有する地表面下の円形坑道に対する伊藤の研究，楔形地山に対する西村高山の研究等である。 また坑道断面を楕円形状と考えた杉原，小田の近似解およびより一般的な断面形(ovaloid)に対する杉原，岡本，Yu の近似解，さらに楕円形断面の坑道に対する水平地表面の影響を考慮に入れた摂動法による石田の解等である。 実験的な研究としては寒天による山口，寒天土による岡本，ゼラチン模型を使った光弾性法による山本森地の研究等がある。 これらの研究成果は，はじめに述べた如く地山を等質等方の弾性体と仮定して解析が行なわれている。 しかしながら，実際の地山は地質学的な歴年作用等によって異方性体とみなされるものがきわめて多い。

ここでは地山を等質の一般的な三次元異方性弾性体と考え，任意形状の断面を有する水平坑道周辺の重力による応力分布状態を理論的に求めたものである。 ここで設定した仮定はつぎのようである。

(a) 地山は水平または一定の傾斜の地表面を有する等質の半無限異方性弾性体である。
(b) 応力は重力（物体力）のみによって生じる。
(c) 任意形状の坑道は水平で孔径に比し，充分深い位置に開削される。

2. 異方性弾性体に対する基礎方程式

右図に示すように，地山内に開削される任意形状断面の坑道軸方向に z 軸，これに直交して水平面に対し一定の傾斜角 φ_0 をもつ地表面と平行に x 軸，これと垂直の方向に y 軸をとった直交デカルト座標系 (x, y, z) を設ける。 この場合，異方性弾性体と仮定した岩盤の弾性主軸は，この座標系とは無関係に任意方向に傾斜しているものとする。



図－1

以上のような仮定のもとで異方性弾性体に対する基礎方程式はつぎのように与えられる[1]。

$$\left.\begin{aligned} &L_4 F + L_3 \Psi = 0 \\ &L_3 F + L_2 \Psi = w_0(\beta_{14}+\beta_{24})\sin\varphi_0 - w_0(\beta_{15}+\beta_{25})\cos\varphi_0 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

ここに F，Ψ は応力関数を表わし，L_2，L_3 および L_4 は微分演算子，β_{14}，β_{24} ……等は異方性弾性定数に関係した定数である。 したがって，問題は与えられた境界条件のもとで式(1)の基礎方程式を解くことに帰着される。

3. 重力による半無限異方性弾性体内の応力

式(1)の特解を求め，与えられた境界条件から特解の未知係数を決定すればよい。ここで考えている問題の場合の境界条件としては，図-1のような座標系をとるものとすれば，地表面($y=h_0$)において外荷重が作用していないことから

$$y=h_0 \text{ において} \quad \sigma_y^{\circ}=\tau_{xy}^{\circ}=\tau_{yz}^{\circ}=0 \qquad (2)$$

が成立しなければならない。またすべての応力成分は座標xの位置に無関係という条件を考慮し，さらにひずみに対する拘束条件としては，xおよびz方向（紙面に直な方向）に無限に拡がった異方性弾性体を対象としているので，x方向の直ひずみは重力w_0による力の釣合から求められるx方向の応力成分$\bar{\sigma}_x^{\circ}$のみによって生じ，その他の応力の作用に対しては平面ひずみの状態が成立すると考えられるから，結局次式が得られる。

$$\varepsilon_z^{\circ}=0\ ,\quad \varepsilon_x^{\circ}=\bar{\varepsilon}_x^{\circ}\ ,\quad \gamma_{xz}^{\circ}=0 \qquad (3)$$

ここに，$\bar{\varepsilon}_x^{\circ}$は$\bar{\sigma}_x^{\circ}$によって生じるx方向の直ひずみであり，次式で与えられる。

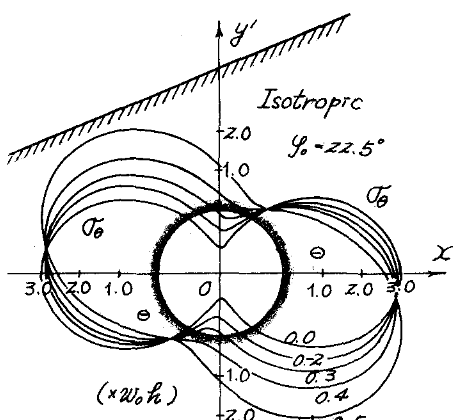
$$\bar{\varepsilon}_x^{\circ}=a_{11}\bar{\sigma}_x^{\circ}=a_{11}w_0\sin\varphi_0\tan\varphi_0\,(y-h_0) \qquad (4)$$

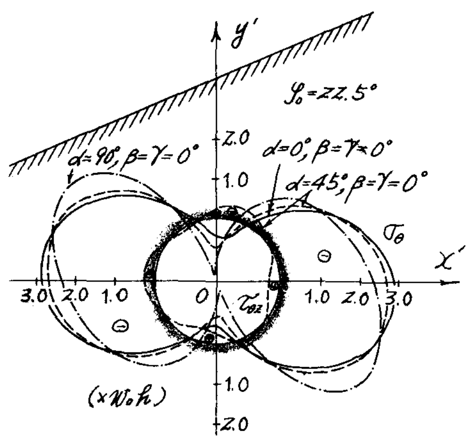
これらの諸条件から特解の未知係数を決定することができ，したがって坑道のない半無限異方性弾性体内の重力による応力状態が完全に求められる。

以上によって求められた応力より，仮想の坑道周縁における垂直応力，せん断応力を計算し，これらを打消すように外荷重を周縁に作用させた場合の応力状態を求め，両者の応力分布を重ね合せれば，所期の問題が解けたことになる[2),3)]。

4. 数値計算例

異方性弾性係数比$e=E_1/E_3(=E_2/E_3)$が3.0，ポアソン比$\nu_{23}=\nu_{31}=0.15$，$\nu_{12}=0.25$およびせん断弾性係数が$1/G_{23}=1/G_{31}=(1+2\nu_{31})/E_1+1/E_3$，$1/G_{12}=(1+2\nu_{12})/E_1+1/E_2$で与えられるような横等方性の異方性弾性体に円形坑道を開削した場合の応力分布の一例を示せば右図のようである。左図は等方性弾性体の場合のポアソン比ν_0の変化に対する応力分布の一例である。





参考文献：

1) Lekhnitskii, "Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body", pp.103~110, Holden-Day

2) 丹羽・小林・平島，土木学会論文報告集，173(1970-1)，pp.7~17

3) 丹羽・小林・平島，材料，19巻.197号(1970-2)，pp.138~144