

混相流における粒子特性の効果について

京都大学工学部 正員 工博 岩佐義朗
建設省近畿地建 〃 工修〇吉岡和徳

1. まえがき 土砂流, 空気輸送, 大気水質汚濁, 血液流などのように、固相, 液相, 気相を同時に含んだ流れは一括して混相流として取り扱われるようになってきた。本研究は、粒子を浮遊した流れに対して混相流の性格を強調し、液相と固相を対置した状態のモデル化を図るとともに、固液混相流中の粒子特性(濃度, 粒径, 比重)の変化に伴う抵抗係数および速度分布の変化を実験的に解析したものである。

2. 混相流モデル 混相流の理論的な解析にあたって、種々のモデル化が行なわれているが、それらを大別すれば右表のようになるものと思われる。ここで、連続体モデルでは各相は連続体として取り扱われ、非連続体モデルでは粒子的に取り扱われるものとする。単相モデルとは混相流を一つの流体の流れとみなす手法である。したがって、(a)にはいわゆるレオロジー的取り扱い方、すなわち有効粘性係数, 非ニュートン流体などの概念の導入が対応する。(b)にはここで述べられる混相流の概念、(c), (d)には分子運動理論などがそれぞれ対応される。

3. 基礎方程式 混相流を固相と液相に区別し、固相についても流体的取り扱いを行なう。すなわち固相流の概念を導入し各式を導いた。なお固相のみかけの粘性応力テンソルは $\tau_{sij} = \mu_s (\frac{\partial u_{sj}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{si}}{\partial x_i}) + (\zeta_s - \frac{2}{3}\mu_s) \delta_{ij} \frac{\partial u_{sj}}{\partial x_j}$ と表わされる。ここに、 u_s は固相速度, μ_s, ζ_s はそれぞれ固相の shear viscosity, bulk viscosity であり、粒子群の相対運動に伴う粒子間を満たす流体の移動により生ずる。ベクトル表示で各式は

$$\textcircled{1} \text{連続式} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho c v_s) \quad , \quad \frac{\partial \rho(1-c)}{\partial t} = -[\nabla \cdot \rho(1-c) v_f]$$

$$\textcircled{2} \text{運動量式} \quad \rho c \frac{Dv_s}{Dt} = -(\rho_s - \rho) g + c[\nabla \cdot \tau_s] + D(c)(v_f - v_s) + C \rho c \frac{D(v_f - v_s)}{Dt}$$

$$\rho(1-c) \frac{Dv_f}{Dt} = -\rho_f g - \text{grad } p + (1-\alpha c)[\nabla \cdot \tau_f] - D(c)(v_f - v_s) - C \rho c \frac{D(v_f - v_s)}{Dt}$$

$$\textcircled{3} \text{エネルギー式} \quad \rho(1-c) v_f \frac{Dv_f}{Dt} + \rho c v_s \frac{Dv_s}{Dt} = -\rho_f (v_f \cdot g) - (\rho_s - \rho) c (v_s \cdot g) - (1-c)(v_f \cdot \nabla p) - c(v_s \cdot \nabla p) \\ + (1-\alpha c)(v_f \cdot \nabla \tau_f) + c(v_s \cdot \nabla \tau_s) - D(c)(v_f - v_s)^2 - \frac{1}{2} C \rho c \frac{D(v_f - v_s)^2}{Dt}$$

ここで、添字 s, f はそれぞれ固相, 液相に関することを表わし、 ρ は密度, c は体積濃度, g は重力加速度ベクトル, $D(c)(v_f - v_s)$ は drag 力, $C \rho c \frac{D(v_f - v_s)}{Dt}$ は仮想質量力, α は粒子の影響係数として p, p_s はそれぞれ流体圧, 固体圧(衝突による)である。

以上の三式に二次元乱流状態をあてはめる。水路床は水平としこれに沿って流れの方向に x 軸、鉛直上方に y 軸をとる等流状態を仮定する。 v_0 を粒子の沈降速度とすれば各式は

$$\textcircled{1} \text{連続式} \quad \overline{c'v_s} - \overline{c} v_0 = 0 \quad , \quad \overline{c'v_f} = 0$$

$$\textcircled{2} \text{運動量式}(x \text{ 方向}) \quad \tau_f + \tau_s = \mu(1-\alpha \overline{c}) \frac{d\overline{u_s}}{dy} + \mu_s \overline{c} \frac{d\overline{u_s}}{dy} - \{ \rho_f(1-c) \overline{u_f'v_f'} + \rho_s \overline{c} \overline{u_s'v_s'} - \rho v_0 \overline{c' u_s'} \}$$

$$\textcircled{3} \text{エネルギー式} \quad \tau_f \frac{d\overline{u_s}}{dy} + \tau_s \frac{d\overline{u_s}}{dy} = \frac{d}{dy} \left[\frac{1}{2} \rho(1-\alpha \overline{c}) \overline{v_f'^2} + \frac{1}{2} \rho_s \overline{c} (\overline{v_s'^2} - v_0 \overline{v_s'^2}) + (1-\alpha) \overline{v_f' p} + \overline{c' v_s' p_s} \right] \\ + \mu(1-\alpha \overline{c}) \left(\frac{\partial \overline{u_s'}}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial \overline{u_s'}}{\partial x_j} \right) + \mu_s \overline{c} \left(\frac{\partial \overline{u_s'}}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial \overline{u_s'}}{\partial x_j} \right)$$

$$+ \frac{1}{2} (z_s + \frac{1}{3} \mu_s) \bar{c} [(\frac{\partial u_{si}}{\partial x_j})(\frac{\partial u_{sj}}{\partial x_i}) + (\frac{\partial u_{si}}{\partial x_i})^2] + (\beta - \beta') \bar{c} v_0 g + W_s$$

ここに、 $g^2 = u^2 + v^2 + w^2$ であり、また W_s は流体、固相の相互作用によるエネルギー遷散量。なおこれら三式では微小項は省略されている。

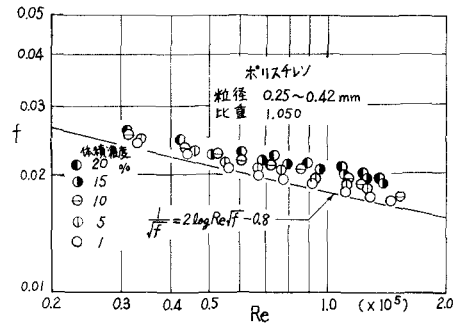
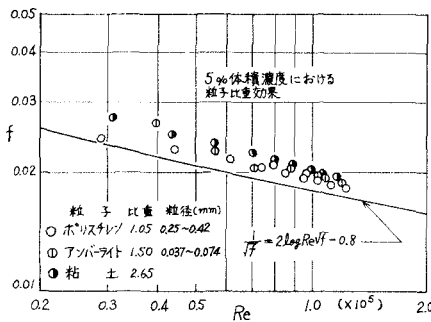
低濃度の粒子浮遊流の場合③のエネルギー式は、混合距離の概念を導入することにより、志村¹⁾に類似のカルマン定数減少を示す次式が導かれる。

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_0} (1 + B \bar{C} a) + \frac{(r-1) \bar{C} a v_0 g (k-\delta)}{u_*^3 (\ln k/\delta - 1)}$$

ここに、 K_m 、 K_0 はそれぞれ粒子浮遊流、清水でのカルマン定数、 B は実験定数、 C_a は全断面平均濃度、 k は水深として δ は粘性底層厚。

さらに③のエネルギー式は少し仮定を入れることによって日野²⁾の導いたエネルギー式にも一致し、同様のカルマン定数の式が導かれる。

4. 実験 実験装置は内径ほぼ5cmの循環管路を用い、速度分布、摩擦損失を4m長さの水平部で測定した。実験はほぼ中立比重粒子 ($\gamma = 1.050$) を用いた粒径、濃度の効果、および一定体積濃度(5%)における種々の粒子の比重効果を見ることを目的とし、摩擦損失水頭および速度分布を測定し、これから抵抗係数およびカルマン定数を求めた。測定結果の一部を図-1, 2 および表-1に示す。^{3, 4)}



実験結果からつぎのことが結論される。

1) 中立比重粒子を浮遊した流れは、清水に比して抵抗係数が増加し、カルマン定数は減少する。これは濃度が大となるほど、粒径が小となるほど顕著となる。

2) 粒子の比重が増すにつれて、抵抗係数が増加し、カルマン定数が減少する。

[参考文献]

- 1) 志村博康，土木学会論文集，第46号，1957。 3) 花村哲也，京都大学修士論文，昭和43年。
2) 日野幹雄，同上，第92号，1963。 4) 吉岡和徳，京都大学修士論文，昭和45年。

粒子	粒径 (mm)	比重	$K(\text{core})$	$K(\text{wall})$	$Re (\times 10^5)$
清水			0.299	0.395	1.034
ポリスチレン	0.25 - 0.42	1.05	0.290	0.377	1.028
アンバーライト	0.037 - 0.074	1.50	0.282	0.370	1.036
粘土		2.65	0.304	0.361	1.038

粒子体積濃度はいずれも5.0%