

河道網系における洪水ピークの多次元理論

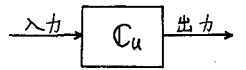
京都大学 工学部 正員 高 梅 琢 馬

建設省 九州地建 正員 〇青藤 雄三郎

1. まえがき；河道網系における洪水ピーク近傍のハイドログラフの予測理論を確立することは、河道配列系における洪水の予測のために必要であり、ダム群による洪水調節の最適操作と可能にするためにも急務を要する問題である。

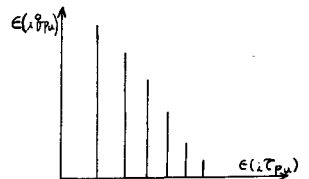
本研究は、こうした観点から、河道網系における洪水ピークの流下合流過程を多次元的に取り扱い、ピーク近傍のハイドログラフの予測法を確立しようとしたものである。

2. ノードへの入力と出力；ノード集合 $C_u = \{(1C_u), (2C_u), \dots, (N-1C_u)\}$ は、入出力の立場から見ると、流入流量から流出流量への変換系であり、右図のような意味をもつ。その変換過程は、ノード iC_u 内におけるパルスの合流過程、



C_u の network の構造、および C_u の metric value の分布の三つの事象からなる複合事象としてとらえることができる。また、単位セルから対象地点までの洪水ピークの流下過程は、多段確率過程であり、 C_u は要素ノード iC_u をもっているから、流下過程は多次元的に扱う必要がある。洪水ピーク近傍のハイドログラフを理論的に求めるためには、このような多次元的な取り扱い、すなわち、 C_u と iC_u に分割して、それぞれの入出力関係を分析し、ついで合成するという接近法をはからねばならない。

(1) 河道網系の出力パルス；河道網系においては、 $\frac{1}{2}$ 則、 $\frac{3}{4}$ 則が成り立つから、流入ノード C_{u-1} の数 $N(C_{u-1})$ の期待値 $E(N(C_{u-1}))$ と分散 $Var(N(C_{u-1}))$ はそれぞれ、 $E(N(C_{u-1}))=3$ 、 $Var(N(C_{u-1}))=2$ である。また C_u における合流点数 λ_u の期待値と分散は、それぞれ、 $E(\lambda_u)=2$ 、 $Var(\lambda_u)=2$ と与えられる。この network の構造の分散が、 C_u からの出力に影響を与えるわけである。つぎに、 C_u からの出力パルス群については、まず、 iC_u からの出力パルス $E(i\delta_{pu})$ とその生起時刻 $E(i\tau_{pu})$ は、それぞれ、 $E(i\delta_{pu}) = (\frac{1}{2})^i A_{u-1} \{2 + (i-1)P_{u-1}\} E(\delta_{pu-1})$ 、(1)、 $E(i\tau_{pu}) = \lambda(i+3) / \{2(i+1)\} \bar{\tau}_{u-1} + E(\tau_{pu-1})$ (2) で表わされる。ここに、 A_{u-1} は面積配分係数、 P_{u-1} はパルスの合致測度、 $\bar{\tau}_{u-1}$ は C_u 内隣接合流点間のパルスの流下時間である。したがって、異なるノードからの出力パルスの比は、 $E(i\delta_{pu}) / E(i+1\delta_{pu}) = 2 \{2 + (i-1)P_{u-1}\} / (2 + P_{u-1})$ である。 $P_{u-1} \approx 1$ と近似すると、 i が大きいときには、 $E(i\delta_{pu}) / E(i+1\delta_{pu}) \approx 2$ となり、 i が増すにつれて出力パルス値は小さくなり、 iC_u の重さを示す $\frac{1}{2}$ 則に近づくことがわかる。また、(2)式は λ の凸関数であり、 λ が大きくなると、異なる要素ノードからの出力パルス群の生起時刻の差は小さくなる。以上の関係を図示すると、右のようになる。

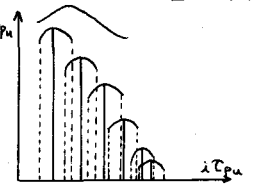


(2) metric Value の分散と出力パルス； C_u からの出力パルスは、 C_u の network の構造だけでなく、 C_u の metric value のバラツキの影響を受ける。metric value の中でも、集水面積は出力に、河道長はその生起時刻に特に影響を及ぼす。そこで、この二つの metric value のバラツキを network の分布と考慮して、分散によって表わそう。まず、 C_u 、 iC_u の集水面積、河道長を、それぞれ A_u 、 A_{u-1} 、 L_u 、 L_{u-1} とすると、 $E(\lambda_u) = (\frac{1}{2})^i (i+1) A_{u-1} A_u$ (3)、 $E(iL_u) = (\frac{1}{2})^i i L_u$

($\bar{L}_u$; C_u 内合流点間隔) (4) であるから、 i が十分大きいときには、 $E(A_u) = 3Q_{u-1}E(A_{u-1})$, (5), $E(L_u) = 2\bar{L}_u$, (6) となる。また、分散は、 $Var(A_u) = \frac{2}{9}Q_{u-1}^2E(A_{u-1})^2 = \frac{2}{9}E(A_u)^2$ (7) $Var(L_u) = 2\bar{L}_u^2 = \frac{1}{2}Q_{u-1}E(L_u)^2$ (8) (δ_{u-1} ; 合流点間隔補正係数) と表わされる。さらに変動係数はつきようになる。 $C_u = \sigma_{Au}/\bar{A}_u = \sqrt{2}/3$, (9), $C_u' = \sigma_{Lu}/\bar{L}_u = 1/\sqrt{2} \cdot \delta_{u-1}$ (10)

つぎに、 $E(iA_u)$ は前述したが、その分散 $Var(iA_u)$ は、 $Var(iA_u) = (\frac{1}{2})^4(i+1) \cdot 3Q_{u-1}^2 \cdot Var(A_{u-1})$ (11) で表わされる。したがって、変動係数 iC_u は、 $iC_u = \sigma_{iAu}/i\bar{A}_u = \sqrt{3 \cdot 2^4} \cdot \sigma_{Au}/\bar{A}_u = \sqrt{2^{10}/3} \cdot (i+3)$ (12) となる。

以上により、 C_u , iC_u などの metric value の代表値 A_u , iA_u , L_u , iL_u について、平値値、分散、および変動係数の値がえられたわけであるが、これから、出力パルス $i\delta_{pu}$ をスケマティックに描くと右図のようになる。すなわち、network の構造により、パルスの周囲に metric value のバラツキ、すなわち、分散によって側波が生ずる。この C_u からの合成出力パルス、すなわち、洪水ピーク近傍のハイドログラフは、上述のパルス群の和として与えられる。



4. 合成出力パルス; これまでの結果から、 C_u からの出力パルスとその生起時刻の分散を求めよう。まず、 C_u からの出力パルスとその生起時刻は、それぞれ (3) 式、(4) 式から $E(\delta_{pu}) = Q_{u-1}E(\delta_{pu-1})(2+\beta_{u-1}+P_{u-1})$ (13), $E(\tau_{pu}) = E(\tau_{pu-1}) + \delta_{u-1}\bar{\tau}_{u-1}$ (14) となる。(13) 式、(14) 式において、network の分布と metric value の分散を考慮すると、それぞれの分散、変動係数は、統計則から、

$$Var(\delta_{pu}) = Q_{u-1}^2 E(\delta_{pu-1})^2 \{ 2(2+P_{u-1})^2/9 + 2P_{u-1}/(2-P_{u-1})^2(2-P_{u-1}^2) \} \quad (15)$$

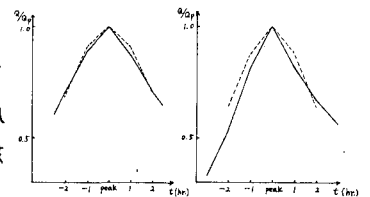
$$C_u \delta_{pu} = \sqrt{2(2+P_{u-1})^2/9 + 2P_{u-1}/(2-P_{u-1})^2(2-P_{u-1}^2)} / (2+P_{u-1}) \quad (16)$$

$$Var(\tau_{pu}) = 0.674 \sum_{j=1}^{u-1} \bar{\tau}_j^2 + 1.614^2 \bar{\tau}_{u-1}^2 \{ Var(L_u)/\bar{L}_u^2 + 0.036 \} \quad (17)$$

$$C_u \tau_{pu} = \sqrt{0.674 \sum_{j=1}^{u-1} (\bar{\tau}_j/\bar{\tau}_1)^2 + 2.605 (\bar{\tau}_{u-1}/\bar{\tau}_1)^2 \{ Var(L_u)/\bar{L}_u^2 + 0.036 \}^2} / 1.614 \sum_{j=1}^{u-1} \bar{\tau}_j/\bar{\tau}_1 \quad (18)$$

となる。洪水流量は、降雨、および metric value を含む流域諸特性値の積として与えられるが、これらの諸量が対数正規分布をなしていることは、周知の通りである。したがって、ピーク付近のハイドログラフは、 $Q_u(t) = E(\delta_{pu}) \cdot \bar{C} \bar{x}_p \{ -(t-E(\tau_{pu}))/2\sigma_{\tau_{pu}} \}$ (19) で与えられる。

5. 適用例; 昭和 28 年 13 号台風と昭和 34 年 伊勢湾台風による降雨から、京都府由良川水系大野ダム地点における流量ピーク付近のハイドログラフを予測し、観測ハイドログラフと比較して図に示す。図中、破線が予測ハイドログラフである。



6. 結語; 以上河道網系における洪水ピーク近傍のハイドログラフの予測法を、ごく大まかに述べたが、今後は、これらについてさらに検討を加えるとともに、河道配列系での洪水ピークの予測理論を組み立てていきたい。