

ラティス構造物内の応力伝播について

京都大学 工学部 正員 丹羽義次

京都大学 工学部 正員 小林昭一

京都大学 大学院 学生員 横田和男

1. はじめ

構造特性の卓越した、いわゆる構造物性材料では、弾性定数以外に独立な材料特性を考慮しなければならない。ここでは図-1のような構造物性材料の最も基本となる、2次元のラティス構造について、基礎方程式を導き、その応力伝播の特性を調べて見た。

2. 基礎方程式

図-2に示すように、 u, v, φ をそれぞれ、節点の x 方向の変位、 y 方向の変位、及び回転角とすれば、節点の運動方程式は図-3のように断面力を考えると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_x^+ - N_x^- + T_y^+ - T_y^- &= M \ddot{u} \\ N_y^+ - N_y^- + T_x^+ - T_x^- &= M \ddot{v} \\ M_y^+ - M_y^- + M_x^+ - M_x^- &= I_z \ddot{\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで M, I_z はそれぞれ節点に集中していると考えた、質量及びその回転慣性である。

節点と節点とは1つの部材で結ばれていると考え、節点ではこれらの部材が周りに結ばれていると考えれば、断面力 $N_x^+, T_x^+, M_x^+, \dots$ 等と節点の変位の関係は図-4を参考にすれば、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_x^+ &= P_{m,n}^{m+1,n} (u_{m+1,n} - u_{m,n}) \\ N_x^- &= P_{m,n}^{m,n} (u_{m,n} - u_{m-1,n}) \\ T_x^+ &= Q_{m,n}^{m+1,n} (v_{m+1,n} - v_{m,n}) - R_{m,n}^{m+1,n} (\varphi_{m+1,n} + \varphi_{m,n}) \\ T_x^- &= Q_{m,n}^{m,n} (v_{m,n} - v_{m-1,n}) - R_{m,n}^{m,n} (\varphi_{m,n} + \varphi_{m-1,n}) \\ M_x^+ &= R_{m,n}^{m+1,n} (v_{m+1,n} - v_{m,n}) - T_{m,n}^{m+1,n} (\varphi_{m+1,n} + 2\varphi_{m,n}) \\ M_x^- &= -R_{m,n}^{m,n} (v_{m,n} - v_{m-1,n}) + T_{m,n}^{m,n} (2\varphi_{m,n} + \varphi_{m-1,n}) \\ N_y^+ &= P_{m,n}^{m,n+1} (v_{m,n+1} - v_{m,n}) \\ N_y^- &= P_{m,n}^{m,n} (v_{m,n} - v_{m,n-1}) \\ T_y^+ &= Q_{m,n}^{m,n+1} (u_{m,n+1} - u_{m,n}) + R_{m,n}^{m,n+1} (\varphi_{m,n+1} + \varphi_{m,n}) \\ T_y^- &= Q_{m,n}^{m,n} (u_{m,n} - u_{m,n-1}) + R_{m,n}^{m,n} (\varphi_{m,n} + \varphi_{m,n-1}) \\ M_y^+ &= -R_{m,n}^{m,n+1} (u_{m,n+1} - u_{m,n}) - T_{m,n}^{m,n+1} (\varphi_{m,n+1} + 2\varphi_{m,n}) \\ M_y^- &= R_{m,n}^{m,n} (u_{m,n} - u_{m,n-1}) + T_{m,n}^{m,n} (2\varphi_{m,n} + \varphi_{m,n-1}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

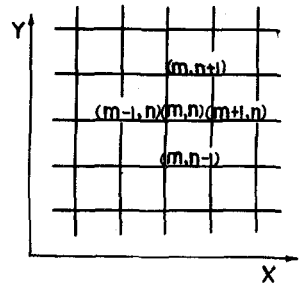


図-1

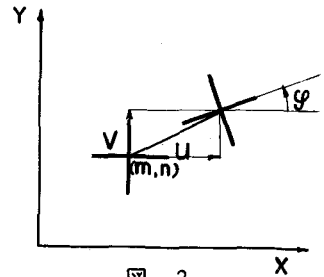


図-2

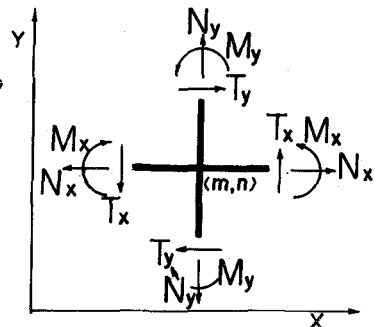
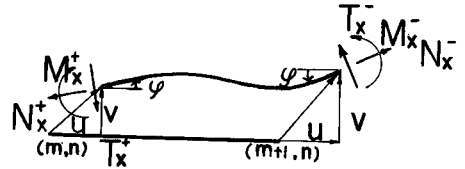


図-3

$$\begin{aligned} \therefore \textcircled{c} \quad P_{m,n}^{m+1,n} &= E_{m,n} A_{m,n}^{m+1,n} / l_{m,n}^{m+1,n} \\ Q_{m,n}^{m+1,n} &= 12 E_{m,n} I_{m,n}^{m+1,n} / (l_{m,n}^{m+1,n})^3 \\ R_{m,n}^{m+1,n} &= 6 E_{m,n} I_{m,n}^{m+1,n} / (l_{m,n}^{m+1,n})^2 \\ T_{m,n}^{m+1,n} &= 1 / l_{m,n}^{m+1,n} \end{aligned}$$



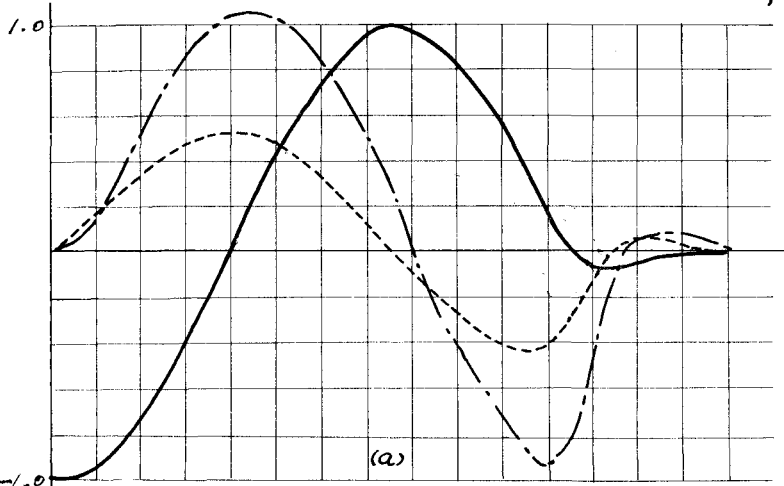
$$E_{m,n} \quad A_{m,n}^{m+1,n} \quad I_{m,n}^{m+1,n} \quad l_{m,n}^{m+1,n}$$

図-4

E, A, I, l はそれぞれ部材のヤング係数, 断面積, 断面二次モーメント, 部材長である。

E, A, I, l はすべての部材で同じであると仮定し, (2)式を(1)式に代入すれば次の運動方程式が求まる。

$$\begin{aligned} &P(U_{m+1,n} - 2U_{m,n} + U_{m-1,n}) + Q(U_{m+1,n} - 2U_{m,n} + U_{m-1,n}) \\ &\quad + R(\varphi_{m,n+1} - \varphi_{m,n-1}) = M \ddot{U}_{m,n} \\ &P(V_{m,n+1} - 2V_{m,n} + V_{m-1,n}) + Q(V_{m+1,n} - 2V_{m,n} + V_{m-1,n}) \\ &\quad - R(\varphi_{m+1,n} - \varphi_{m-1,n}) = M \ddot{V}_{m,n} \\ &-R(U_{m,n+1} - U_{m,n-1}) + R(V_{m+1,n} - V_{m-1,n}) - T(\varphi_{m,n+1} + \\ &\quad \varphi_{m,n-1} + \varphi_{m+1,n} + \varphi_{m-1,n}) = I_z \ddot{\varphi} \end{aligned} \quad (3)$$



(a)

3. 解析例

もっとも簡単な例として平面せん断波の伝播を計算した例が図-5にある。

$\therefore \textcircled{c}$

$$E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$I = 7 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

$$l = 4 \times 10^2 \text{ cm}$$

$$M = 1 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$I_z = 5 \times 10^6 \text{ kg cm}^2$$

の値を使った。

実線は直角方向の変位,

点線は回転角, 1点鎖線は部材回転角であり, (a) は 3 sec, (b) は 4 sec の時のグラフである。

図-5 (b)