床版と立体ラーメンの完全合成構造の立体解析（続）

大阪市立大学　正員　倉田宗章
大阪工業大学　正員　岡村宏一
大阪市立大学　正員　○島田　功

1. はしがき　交通量は最近、日増しに激しくなり、交通の立体化は道路及び鉄道網にとって必至の状態となった。これらの路線に沿って、ラーメン式高架橋の架設の機会が多く、この種の構造の正確な解析と、それに基づく合理的設計法の確立が必要になってきた。ラーメン式高架橋の設計については従来、床版のフランジ有効幅を仮定したラーメン構造としての解析がおこなわれている。ところで一般にかかる構造は、床版の橋軸直交方向の拡がりが大きく、構造形態、また荷重状態により単純な有効幅の仮定では、その力学的性状を充分把握出来ない。従って平板理論を考慮した立体解析法が重要になってくる。そこで我々は、床版を平板理論により、そして床版と切りはなした立体ラーメンは簡単な曲げ理論により解析し、桁と床版との接合面における不静定量である分布鉛直力及び分布水平力を、それぞれ階段分布で近似し、いわゆる選点法を用い、桁構造と床版とが合成された完全合成構造の立体的解析を行った。

前報1)ではかかる手法により、等分布鉛直荷重を受ける場合の簡単な計算例を示した。本報では、図-1に示すような3スパンラーメンがBody Forceを受け、床版断面全体が剛体的に変位する場合についての応用例を示した。尚、その解式については詳細な説明を省略する。（文献1）参照）

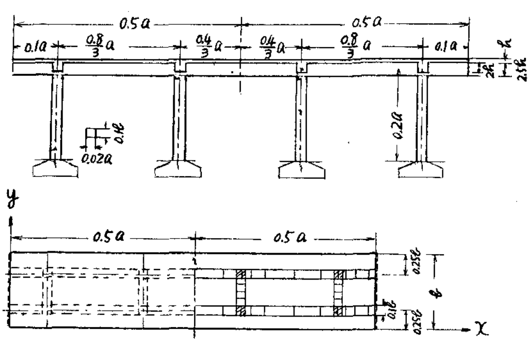


図-1　3スパンラーメン

2. 床版の基本式　図-2のような直交座標系において、弾性係数をE、ポアソン比をν、せん断弾性係数をGとすると、床版の曲げ及び平面応力に関する基本微分方程式は、

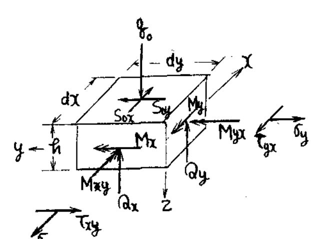


図-2

たわみ $w(x,y)$ について、

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=\frac{1}{D}\left[q_0-\frac{h}{2}\left\{\frac{\partial S_{ox}}{\partial x}+\frac{\partial S_{oy}}{\partial y}\right\}\right] \quad \text{------------(1)}$$

応力関数 $\phi(x,y)$ について、

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=-\frac{\partial^2}{\partial y^2}(\sigma_{ox}-\nu\sigma_{oy})-\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_{oy}-\nu\sigma_{ox}) \quad \text{-----(2)}$$

ただし　D: 板の曲げ剛度 $=\dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$

σ_{ox},σ_{oy} : S_{ox}, S_{oy} により伝達される軸力　$\sigma_{ox}=-\frac{1}{h}\int S_{ox}dx+C(y)$, $\sigma_{oy}=-\frac{1}{h}\int S_{oy}dy+C'(x)$

これらの基本微分方程式を解き、$w(x,y)$, $\phi(x,y)$ を求めると、曲げモーメント及び平面応力は次式から求められる。

$$M_x=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\qquad M_y=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\qquad M_{xy}=(1-\nu)D\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} \quad \text{----------(3)}$$

$$\sigma_x=\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\sigma_{ox}\qquad \sigma_y=\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\sigma_{oy}\qquad \tau_{xy}=-\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} \quad \text{--------------(4)}$$

3. 立体ラーメンの基本式

床版と合成される立体ラーメンは梁の曲げ理論により解析し、梁のねじりについては、サンブナンねじりのみを考える。即ち曲げモーメントを$M(x)$、ねじりモーメントを$M^T(x)$とすると、弾性曲線の微分方程式は、

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI}, \qquad \frac{d\theta}{dx} = -\frac{M^T(x)}{GJ} \qquad (5)$$

ただし　w：たわみ　　θ：ねじり廻転角

EI：梁の曲げ剛度　　GJ：梁のねじり剛度

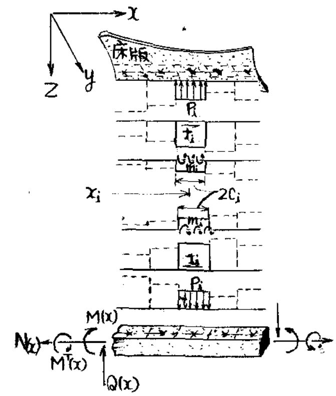


図-3 階段分布不静定力

4. 立体ラーメンと床版との合成条件

板の曲げ及び平面応力に対する基本微分方程式は、x、yに関する4階の偏微分方程式であるから、これに区間$0 \leq x \leq a$でx、$0 \leq y \leq b$でyに関する級数解を用いる。合成条件は接合面において仮定した各分割区間の中心において、桁構造と床版とのたわみw、梁直交方向の廻転角θ、及び梁方向の歪ε_xを等置した連立方程式を解くことにより不静定力を決定する。従ってその連立方程式の元数も、仮定する不静定力のブロック数をnとすれば、$3 \times n$元となる。

5. 計算例

構造諸元及び不静定力の分割区間は図-1に示すとおりであり、ポアソン比$\nu = 0.2$、床版は$x=0$、$x=a$で単純支持されているものとし、x軸方向のBody Forceが作用した場合について計算を行った。図-4は床版のたわみを表わしたものである。図-5は床版の断面力を示したもので応力は桁構造系の処に集中していることがわかる。示方書に示す有効幅を仮定したラーメン構造としての解析との比較は当日発表の予定である。

床版のたわみ w $(10^{-4})\frac{ta^2P}{D}$

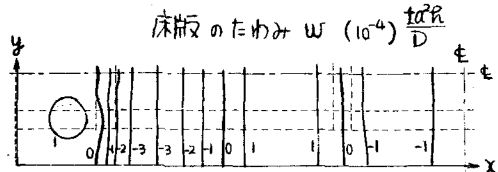
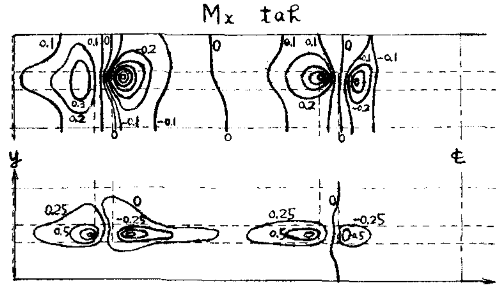


図-4

床版の応力

M_x　taP



σ_x　ta

図-5

6. むすび

この方法は桁と板との接合面に作用する分布不静定力を、細分割した階段分布に置き換え、板の各区分不静定力に対する係数は個別に級数を充分収束するまで計算し、一方桁構造については代数関数で容易にそれを与えることが出来るため、種々の立体構造を比較的便利に解析され、任意の載荷状態に対し、各部の曲げならびにScheibe Actionによる応力が合理的に把握される。

参考文献

(1) 倉田、岡村、島田「床版と立体ラーメンの完全合成構造の立体解析」(第24回年次学術講演会概要、S44.9)

(2) 倉田、岡村、島田「水平力を受ける板とラーメンの合成構造の立体解析」(関西支部年次学術講演会概要 S44.5)

(3) 岡村「板とBeam系の合成構造の立体解析法ならびに板と格子桁の合成による橋梁解析への応用」(第23回年次学術講演会概要 S43.10)

(4) RICHARD GULDAN「Rahmentragwerke und Durchlaufträger」