

地下鉄箱構造の立体解析

大阪工業大学

正員 岡村宏一

大阪設計コンサルタンツKK

正員 吉田公憲

同上

○正員 進藤泰男

1) まえがき: 地下鉄構造物等で代表される大型箱構造の設計に当っては、すべての構造要素を線材とみなしたラーメン解法が慣用されているが、この幾分経験的ともいえる設計法に対して立体構造としての諸特性を厳密に考慮した力学的な検討の行われた例は従来ほとんど見当たらないようである。我々はこの種の構造について、板、はり及び柱を一体とした立体解析を試み、現行の設計法の妥当性を評価することにした。本文で用いた解析法は、すでに若干の構造について応用例を示した選算法を併用する立体解析法^{12,2)}を骨子としたものであるが、本文で取扱うような構造に適用する場合、箱内のフレームの鉛直方向移動に伴う箱のラーメンとしての変形と柱間の局所的な変形の双方に適合する解を見出すことが一つの要である。又本例の場合、箱内のフレームの配置が簡単であるため、フレームの解を展開した厳密解も比較的容易に得られるが、選算法を用いた立体解析法による解と比較した結果高精度の一致がみられた。以下に解析法及び計算例について報告する。

2) 解析方法: 図-1に示すような連続した構造物の1スパン(斜線部分)を対象に解析を行う。図-2に示すような頂底板と梁及び側板との接合面における不静定力 P_z 、 t_x 及び M_y の分布を図-3に示すような細分割された区間において一定なる値 P_z 、 t_x 、 M_y の連続形に近似し、さらに接合面における連続条件は各分割区間の中心に採った選算法において成立させる。また地下鉄構造物の荷重状態から考え

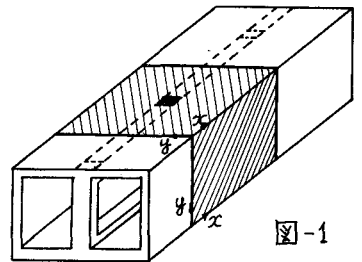


図-1

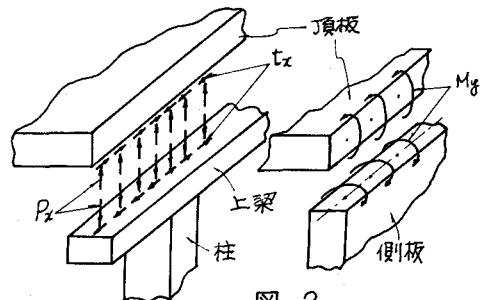


図-2

側板より伝達される頂底板の y 方向軸力及び頂底板より伝達される側板の y 方向軸力は一定と考え、各板の y 方向圧縮変形が隣接板におよぼす影響は無視する。任意部分鉛直力及び水平せん断力を受ける場合の板の曲げ及びScheibé actionを支配する基礎方程式は

$$\Delta \Delta w = \frac{1}{D} \left\{ P_z(x, y) - \frac{R}{2} \frac{\partial t_x(x, y)}{\partial x} \right\} \quad (1)$$

$$\Delta \Delta \phi = \frac{1}{R} \left\{ \mu \frac{\partial t_x(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left\{ t_x(x, y) \right\} \right\} \quad (2)$$

で示される。

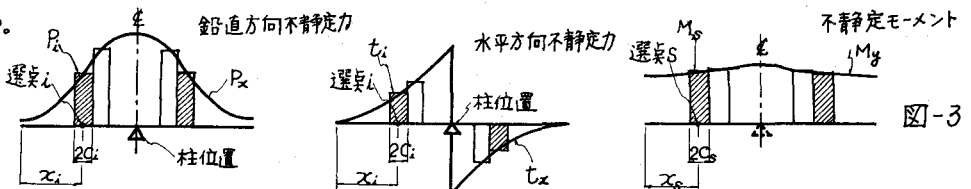


図-3

各板の解析上の境界条件を次に示す。図-4を参照して、

板について： $x=0, x=a$ で $\theta_x=0, S_x=0, y=0, y=b$ で $w=0, M_y=M_s(x)$, Scheibe について $x=0, x=a$ で $\partial\phi/\partial x=0, y=0, y=b$ で $u_x=0$, すなわち板接合面における x 方向変位は任意点で0と考える。以上の境界条件及び荷重の対称性を考慮して、丁頭板のたわみ及び応力関数を次式で表わす。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \cos \alpha_m x \sin \beta_n y + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{C}_{0n} \sin \beta_n y \quad (3)$$

$$\phi = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{C}_{mn} \cos \alpha_m x \sin \beta_n y + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{C}_{0n} \sin \beta_n y \quad (4)$$

また不静定力 $P_i(x, y), t_i(x, y)$ を次のように展開する。

$$P_i(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos \alpha_m x \sin \beta_n y + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_{0n} \sin \beta_n y \quad (5)$$

$$t_i(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (6) \quad \text{但し } \alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \beta_n = \frac{n\pi}{b}$$

以上(1)~(6)より不静定力 $P_i(x, y), t_i(x, y)$ によるたわみ及び応力関数の一般式は次式となる。

$$w_{P_i} = \frac{16a^4\lambda^4}{\pi^5 D} P_i \left[\frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L_m L_n}{m n (\lambda^2 m^2 + n^2)^2} \sin \beta_n y \cos \alpha_m x + C_i' \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L_n}{n^5} \sin \beta_n y \right] \quad (7)$$

$$w_{t_i} = \frac{-16Ka^4\lambda^4}{\pi^5 D} t_i \left[\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L_m L_n}{n (\lambda^2 m^2 + n^2)^2} \sin \beta_n y \cos \alpha_m x \right] \quad (8)$$

$$\phi = \frac{32a^2\lambda^2}{K\pi^5} t_i \left[\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\nu \lambda^2}{n (\lambda^2 m^2 + n^2)^2} - \frac{n}{m^2 (\lambda^2 m^2 + n^2)^2} \right] L_m L_n \sin \beta_n y \cos \alpha_m x \quad (9)$$

ただし $L_m = \sin m C_i' \pi \cos m x_i' \pi, \bar{L}_m = \sin m C_i' \pi \sin m x_i' \pi, L_n = \sin n d_R' \pi \sin \frac{n\pi}{2}$

$C_i' = C_i/a, x_i' = x_i/a, d_R' = d_R/b, \lambda = b/a, K = R/a$

端モーメント $M_s(x)$ によるたわみ式は次のようになる。

$$w_{M_s} = \frac{16a^2\lambda^2}{\pi^3 D} M_s \left[\frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n L_m'}{m (\lambda^2 m^2 + n^2)^2} \right] \sin \beta_n y \cos \alpha_m x \quad (10)$$

ただし $L_m' = \sin m C_s' \pi \cos m x_s' \pi, C_s' = C_s/a, x_s' = x_s/a$

さらに板下端における x 方向水平変位 u_x , y 方向回転角 θ_y は次の式で表わされる。

$$u_x = -\frac{R}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \theta_y = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (11) \quad \text{また Scheibe の水平変位 } \bar{u}_x \text{ は}$$

$$\bar{u}_x = \frac{1}{E} \int_0^x \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{1}{R} \int S_x dx - \nu \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right] dx \quad (12)$$

$$\bar{u}_{t_i} = \frac{-8K^2a^4\lambda^2}{3(1-\nu)\pi^4 D} t_i \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2n}{m (\lambda^2 m^2 + n^2)^2} + \frac{(1-\nu)\lambda^2 m}{n (\lambda^2 m^2 + n^2)^2} \right] \times \bar{L}_m L_n \sin \beta_n y \cos \alpha_m x$$

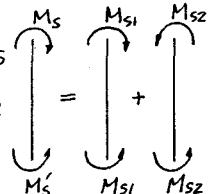
これより各不静定力 P_i, t_i, M_s 及び外荷重 q による各変位のたわみ w_{xi} , 水平変位 u_{xi} , 及び回転角 θ_{yi} は次のようになる。

$$w_{xi} = \left[w_q + \sum_{i=1}^N (w_{P_i} + w_{t_i}) + \sum_{s=1}^M w_{M_s} \right], \quad u_{xi} = \left[u_q + \sum_{i=1}^N (u_{P_i} + u_{t_i}) + \sum_{s=1}^M u_{M_s} + \sum_{i=1}^N \bar{u}_{t_i} \right]$$

$$\theta_{yi}(x_s) = \left[\theta_q + \sum_{i=1}^N (\theta_{P_i} + \theta_{t_i}) + \sum_{s=1}^M \theta_{M_s} \right] \quad (13) \quad (\text{底板についても同形で表わされる})$$

ただし N : 梁接合面変異数, M : 板接合面変異数

側板の不静定モーメント M_s, M_s' による回転角は図-5に示すよう



は正対称モーメント $M_{s1} = (M_s + M_s')/2$ と逆対称モーメント $M_{s2} = (M_s' - M_s)/2$

の重ね合わせによって求めることができる。なお逆対称モーメントによる角変式は正対称角変において n についての奇級数を偶級数に変更すると

で表わされる。(外荷重 g_1, g_2 についても同様である。) これらの各級数は総和公式を用いて単級数に変換して未知量と分離して個別に計算する。一方各不静定力(上梁の P_i, t_i , 上梁の P'_i, t'_i)による梁の接合面におけるたわみ $\bar{w}_x$ 及び水平変位 $\bar{u}_x$ は柱の支持面積を考慮して次のように級数表示する。

$$\bar{w}_x = \frac{-8a^4}{EI\pi^5} \sum_{i=1}^N P_i \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^5} (\sin \alpha_m C_i \cos \alpha_m x_i - \frac{C_i}{C_0} \sin \alpha_m C_0 \cos \frac{m}{2} \pi) (\cos m x \pi - \cos \frac{m}{2} \pi) \right] \\ + \frac{4ea^4}{EI\pi^4} \sum_{i=1}^N t_i \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^4} \sin \alpha_m C_i \cos \alpha_m x_i (\cos \alpha_m x - \cos \frac{m}{2} \pi) \right] + W_{P_0} + \Delta \quad (14)$$

ただし $e = H/a$, W_{P_0} = 梁自重(P_0)によるたわみ, Δ = 柱の上下移動量

$$\bar{u}_x = \frac{4ea^4}{EI\pi^4} \sum_{i=1}^N P_i \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^4} \sin \alpha_m C_i \cos \alpha_m x_i \sin \alpha_m x - \frac{C_i}{C_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^4} \sin \alpha_m C_0 \cos \frac{m}{2} \pi \sin \alpha_m x \right] \\ - \frac{8e^2 a^4}{3EI\pi^3} \sum_{i=1}^N t_i \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin \alpha_m C_i \cos \alpha_m x_i \sin \alpha_m x \right] \quad (15)$$

(14)(15)は総和公式を用いて代数式に変換する。次に接合条件を示す。

頂板(底板)と上梁(下梁)との接合条件:

	頂板	上梁	底板	下梁	
たわみの連続条件 :	$\bar{w}(x_i)$	$\bar{w}(x_i)$	$\bar{w}(x_i)$	$\bar{w}(x_i)$	} (16)
水平変位の連続条件 :	$\bar{u}(x_i)$	$\bar{u}(x_i)$	$\bar{u}(x_i)$	$\bar{u}(x_i)$	

頂板(底板)と側板との接合条件

	頂板	側板上部	底板	側板下部	
回転角の連続条件 :	$\theta_y(x_s)$	$\theta_y(x_s)$	$\theta_y(x_s)$	$\theta_y(x_s)$	} (16)

柱の平衡条件 : $\sum_{i=1}^N P_i + P_0 + N_0 = \sum_{i=1}^N P'_i + P'_0$, P_0, P'_0 = 上梁自重, N_0 = 柱自重

今板と梁の接合面の選定(分割)数を N とし、板と板との接合面の選定(分割)数を M とすると $(4N+2M+1)$ 元の連立方程式を解くことによって $(4N+2M)$ の未知不静定力 $P_i, t_i, M_s, P'_i, t'_i, M'_s$ 及び柱の移動量 Δ を求めることができる。

3) 計算例: 地下鉄標準断面に用

いられるような1層2室の構造物について柱間隔を変えて数値計算を行ない、現行の設計法で用いられている慣用的なラウーメン角解法と比較し、立体構造物としての力学的特性を調べると共に、別に解析を試みた厳密角解(不静定力をFourier級数で厳密に評価した方法)と比較することによって、本解析の精度を確認した。

図-6に例題の構造諸元をさらに図7~10に解析結果を示す。

図-7は不静定力について厳密角解と

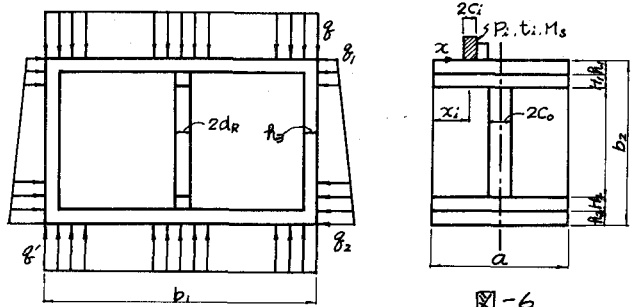


図-6

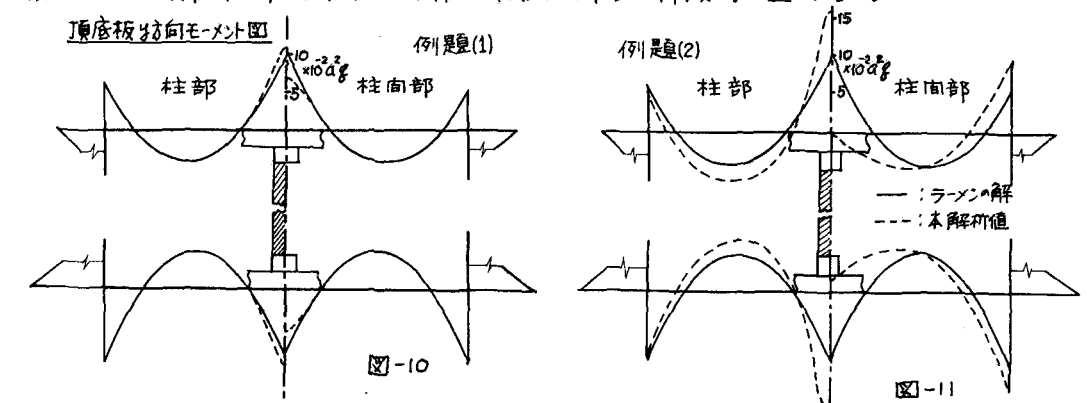
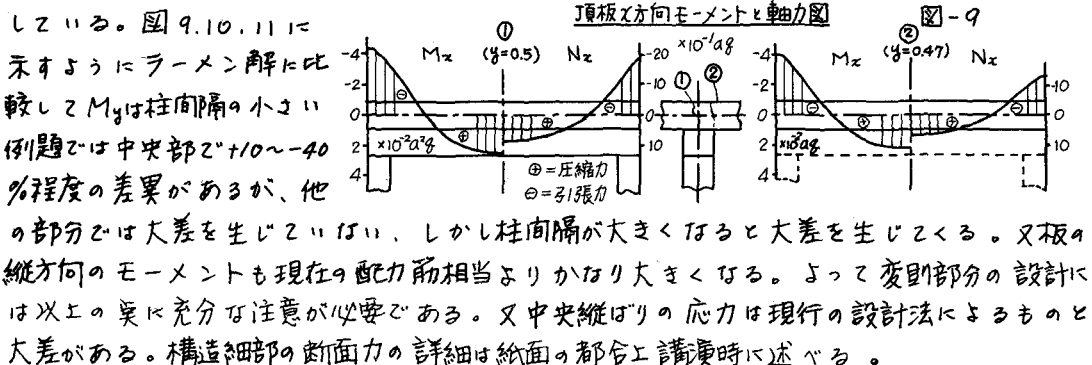
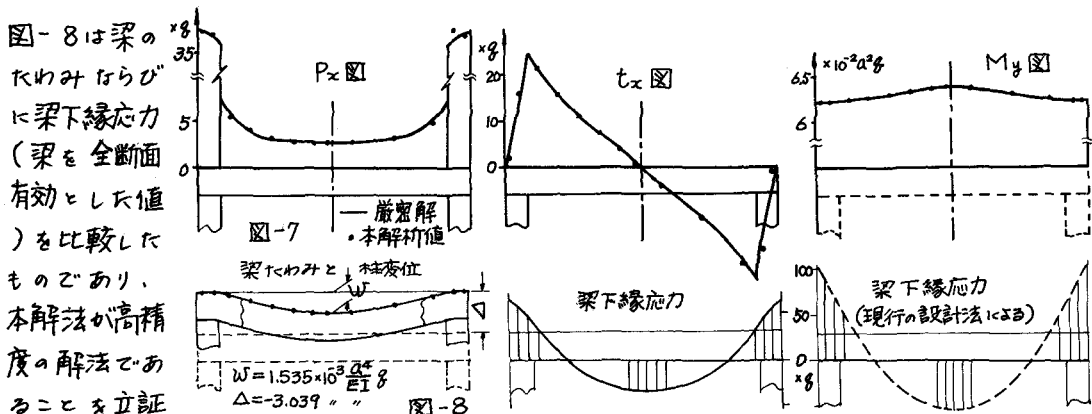
計算例(1): $b_1 = 2a$, $b_2 = 1.2a$

$h_1 = h_2 = h_3 = 0.1a$, $H_1 = H_2 = 0.1a$, $C_0 = 0.08a$

$d_R = 0.03b_1$, $g_0 = 1.0$, $g'_1 = 1.1408$, $g_1 = 0.4$, $g_2 = 0.8$

計算例(2): 計算例(1)中 $a' = 2a$ 以外すべて同じ。

本解析値と比較したものであって、分割数片側8ヶの場合と5ヶの場合について比較している。図に示すように8ヶの場合は各不静定力とも非常に正確に評価されていることがわかる。5ヶの場合も柱延長上の一部をのぞいて完全な評価がなされている。



4) おまけ: 計算dataに示したように本解法によると構造各部の力学的性状を正確に知ることができ、板X方向(配筋方向)にも相当大きな断面力が生じること、現行の設計法を用いる時、柱間隔、梁の配置、断面の決定に際し充分な考慮が必要である等、現行の設計に対する評価を与えると共に変則部分等の設計に今後本解析が寄与する点は大きいものがある。又本解析で用いた不静定力分割法が非常に高精度であることは、厳密解が使用上不可能なより複雑な形態の口所の解析に有効な手法であることを示したものである。

- 1) 岡村: 板とBeam系の合成構造の立体解析ならびに格子材の合成による橋梁解析への応用(土木学会S43.10)
- 2) 岡村, 吉田: 曲げねじりを考慮した格子材と床板の合成理論による合成桁橋の立体解析(土木学会S44.9)