

曲線げたの有効幅に関する基礎的研究

大阪市立大学 学生員 ○北田俊行

正員 中井 博

1. まえがき 直線げた橋と同様、曲線橋においても、支間に比し、幅員が広くなると、フランジプレート面内の垂直応力の分布は、セン断ひずみのため、棒理論で得られるものとはかなり異なるものと思われる(これを *Shear lag* 現象という)。本文においては、曲線橋の *Shear lag* 現象を薄肉構造物としての特長を十分考慮して解析し、さらに、その有効幅についての考察を行う。

2. *Shear lag* 現象の解析 (1)適切な隔板と横リブが入れてあるので、横断面形状は、けたが変位しても、変化せず、また、フランジプレート面内の半径方向の垂直ひずみは、無視しうるほど小さい。(2)曲げねじれによる軸方向ひずみに対しては、*Shear lag* 現象は起らないものとする。(3)E. Reissner^[1]の仮定に従い、カバープレート面内の軸方向変位は、二次の放物線で近似する。ただし、ウェブプレート面内においては、直線分布とする。(4)ブラケット部分は、曲げに対して全断面有効として、ウェブプレートとフランジプレートの接合点に集中させる。以上の仮定のもとに、図-1に示すπ形断面曲線げたについての *Shear lag* 解析を行う。なお箱形断面については、文献[3]の近似計算法を参照。

座標として、円筒座標 (φ, ρ, z) 、直交座標 (y, z) 、 (y_0, z_0) を用いる。 U_1, U_2, U_3 を、それぞれ、上フランジ・外側ウェブ・内側ウェブプレートの軸方向変位とする。上フランジプレート面内の応力と変位の関係は、

$$\sigma_u = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{R_0}{\rho} \cdot \frac{\partial U_1}{\partial s}, \quad \tau_{xy} = G \cdot \frac{\partial U_1}{\partial \rho} \quad (1)$$

ここで、 $dS = R_0 \cdot d\varphi$ 、 ν : ポアソン比
上フランジプレートより微小扇形要素を取り出し軸方向のつり合を考えると、

$$\frac{R_0}{\rho} \frac{\partial Nu}{\partial s} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial \rho} + 2 \cdot \frac{\tau_{xy}}{\rho} = 0 \quad (2)$$

ここで、 Nu, τ_{xy} は、上フランジの単位長さ当たりの軸力およびせん断力。式(1)を式(2)に代入すると、

$$E \cdot \frac{t_u}{t_u} \cdot \frac{R_0}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 U_1}{\partial s^2} + G \cdot \frac{\rho}{R_0} \cdot \frac{\partial^2 U_1}{\partial \rho^2} + 2 \cdot \frac{G}{R_0} \cdot \frac{\partial U_1}{\partial \rho} = 0 \quad (3)$$

ここに、 t_u は、リブを考慮した上フランジプレートの換算厚さを表わす。さらに、外側・内側ウェブプレート、格点1, 2, 3, 4についても同様な式6個を誘導する。

本文においては、Galerkin法を一般化したものを用いて、式(3)を含む7個の偏微分方程式を常微分方程式に帰着せしめる。なおその際、軸方向変位を、図-2に示すような、状態Aと、状態Bとに分けて解析し、後で重ね合わせる。状態Aに対して、軸方向変位を、次のように仮定する。

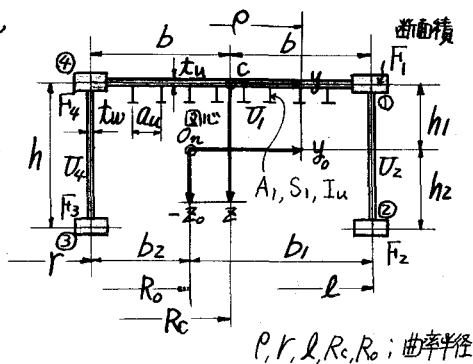


図-1

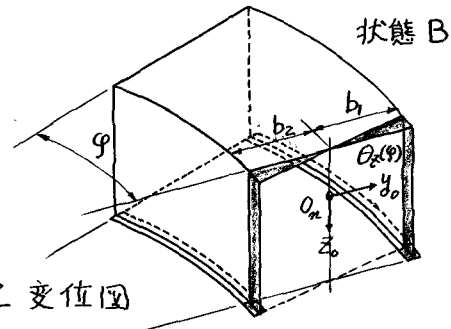
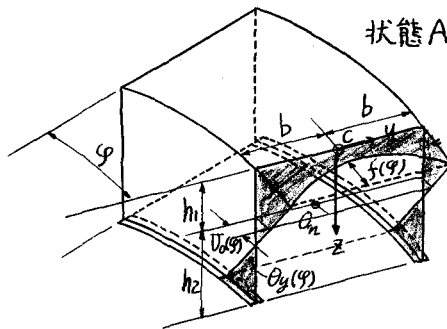


図-乙 変位図

$$U_1 = U_0(\varphi) + (h_1 - z) \cdot \theta_y(\varphi) + (1 - y^2/b^2) \cdot f(\varphi), \quad U_2 = U_4 = U_0(\varphi) + z_0 \cdot \theta_z(\varphi) \quad (4)$$

ここで、 $U_0(\varphi)$ は、図心 O_0 での軸方向変位、 $\theta_y(\varphi)$ 、 $\theta_z(\varphi)$ は、 y 軸および z 軸まわりの回転変位、 $f(\varphi)$ は、上フランジ中央点における Shear lag によって減少する軸方向変位。

Galerkin法により、未知量 $f(\varphi)$ をもっとも誤差が小さくなるように決定する。すなわち

$$\oint \varepsilon(\varphi, s) \cdot \bar{u}(s) \cdot t \, ds = 0 \quad (A)$$

ここに、 $\varepsilon(\varphi, s)$ は、式(4)を上述の偏微分方程式に代入したときの誤差関数、 $\bar{u}(s)$ は座標関数。状態Bにおける変位は、横荷重が作用しない時は、非常に小さいので、Shear lag が起さぬものとする。したがって軸方向変位は、 $U_1 = y_0 \cdot \theta_z(\varphi)$ 、 $U_2 = b_1 \cdot \theta_z(\varphi)$ 、 $U_4 = -b_2 \cdot \theta_z(\varphi)$ と、一義的に定まる。また、全軸方向変位は、

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= U_0(\varphi) + (h_1 - z) \cdot \theta_y(\varphi) + (1 - y^2/b^2) \cdot f(\varphi) + y_0 \cdot \theta_z(\varphi) \\ U_2 &= U_0(\varphi) + z_0 \cdot \theta_y(\varphi) + b_1 \cdot \theta_z(\varphi), \quad U_4 = U_0(\varphi) + z_0 \cdot \theta_y(\varphi) - b_2 \cdot \theta_z(\varphi) \end{aligned} \right\} (5)$$

$\theta_y(\varphi)$ 、 $\theta_z(\varphi)$ 、 $U_0(\varphi)$ を求める条件式として、軸力を N 、 y_0 軸および z_0 軸まわりの曲げモーメントを、 M_y 、 M_z とすると、

$$\int_F \sigma_z \cdot dF = N = 0 \quad (B), \quad \int_F \sigma_z \cdot z_0 \cdot dF = -M_y \quad (C), \quad \int_F \sigma_z \cdot y_0 \cdot dF = M_z = 0 \quad (D)$$

$$\text{式(B)より} \quad F \cdot dU_0(\varphi)/ds + A_u \cdot df(\varphi)/ds = 0 \quad (6)$$

$$\text{式(C)より} \quad I_{yz} \cdot d\theta_y(\varphi)/ds + I_{yz} \cdot d\theta_z(\varphi)/ds + S_y \cdot df(\varphi)/ds + M_y/E = 0 \quad (7)$$

$$\text{式(D)より} \quad I_{yz} \cdot d\theta_y(\varphi)/ds + I_{yz} \cdot d\theta_z(\varphi)/ds + S_z \cdot df(\varphi)/ds = 0 \quad (8)$$

$$\text{式(A)より} \quad F_{fu} \cdot d^2f(\varphi)/ds^2 + S_y \cdot d^2\theta_y(\varphi)/ds^2 - BG \cdot t_u \cdot R_c / (3 \cdot E \cdot b \cdot R_0) \cdot f(\varphi) = 0 \quad (9)$$

ここで、 F 、 I_y 、 I_z 、 I_{yz} は、それぞれ、けたを構成する各板のScheibeとしての性質を考慮した横断面の断面積、 y_0 軸・ z_0 軸まわりの断面二次モーメントおよび相乗モーメントを表わし、 A_u 、 S_y 、 S_z は、それぞれ、Shear lag を考慮した上フランジアートの換算断面積、 y_0 軸・ z_0 軸まわりの換算断面一次モーメントを表わす。式(6)、(7)、(8)より

$$\frac{d^2f(\varphi)}{d\varphi^2} - A^2 \cdot f(\varphi) = B \cdot \frac{dM_y}{d\varphi} \quad (10)$$

式(10)より $f(\varphi)$ が求まれば、式(6)、(7)、(8)に代入して、 $U_0(\varphi)$ 、 $\theta_y(\varphi)$ 、 $\theta_z(\varphi)$ を得る。

3. 単純曲線げたに関する $f(\varphi)$ の解(図-3)

1) 等分布荷重が作用する場合

$$f(\varphi) = -\delta_0 \cdot L_1 \cdot D \cdot \{ (\sinh A\varphi + \sinh A\varphi') / \sinh A\pi - (\sin \varphi + \sin \varphi') / \sin \pi \} \quad (11)$$

ここに、 $L_1 = \frac{1}{3} \cdot (Ra^3 - Ri^3)$ 、 $D = B/(A^2 + 1)$
 (2) 集中荷重が作用する場合

$$i) 0 \leq \varphi \leq \varphi_c \quad f(\varphi) = P_0 \cdot \bar{R} \cdot D \cdot \left\{ \frac{A \sinh A \varphi_c'}{\sinh A \varphi} \cdot \sinh A \varphi' + \frac{\sin \varphi_c'}{\sin \varphi} \cdot \sin \varphi' \right\}$$

$$ii) \varphi_c \leq \varphi \leq \varphi_c' \quad f(\varphi) = P_0 \cdot \bar{R} \cdot D \cdot \left\{ \frac{A \sinh A \varphi_c}{\sinh A \varphi} \cdot \sinh A \varphi' + \frac{\sin \varphi_c}{\sin \varphi} \cdot \sin \varphi' \right\} \quad (12)$$

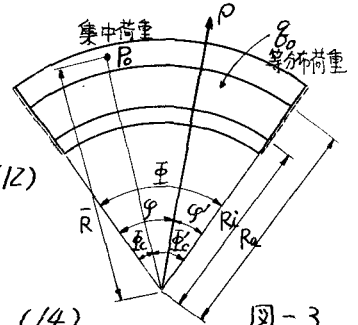


図-3

4. たわみ w 、ねじり角 ϕ 、橋軸まわりの断面回転角 β

$$\phi = w/R_s + \beta \quad (13), \quad GJ \cdot d\phi/ds - ECw \cdot d\phi/ds^3 = T \quad (14)$$

$$d\theta_y(\varphi)/d\varphi = 1/R_s \cdot d^2w/d\varphi^2 - \beta \quad (15)$$

ここで、 R_s ; セン断中心における曲率半径、 GJ ; ねじりこわさ、 ECw ; 曲げねじりこわさ、 T ; ねじりモーメント。 $\theta_y(\varphi)$ の解がわかると、式(13)、(14)、(15)の三つの条件式より、 w 、 ϕ 、 β は、容易に求められる。

5. 有効幅 図-4に示すように

$$\int_{-b}^{-b+bme} \bar{\sigma}_u \cdot dy = \int_{-b}^0 \bar{\sigma}_u \cdot dy, \quad \int_{b-bmr}^b \bar{\sigma}_u \cdot dy = \int_0^b \bar{\sigma}_u \cdot dy \quad (16)$$

を満足するように、上フランジアートの有効幅 bme 、 bmr を定義する。ただし、 $\bar{\sigma}_u$ には、曲げねじりによる応力は含まない。

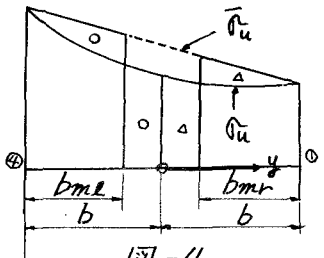


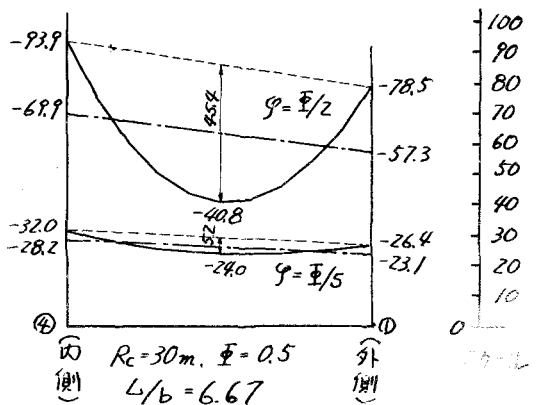
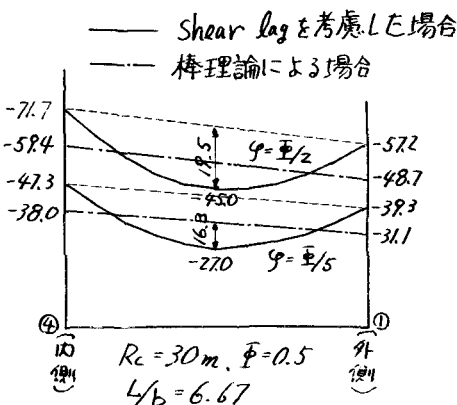
図-4

6. 計算例 $b = 225 \text{ cm}$ 、 $F_1 = F_4 = 20 \text{ cm}^2$ 、 $F_2 = F_3 = 30 \text{ cm}^2$ 、

$A_u = 30 \text{ cm}$ 、 $A_1 = 21.1 \text{ cm}^2$ 、 $S_y = 234 \text{ cm}^3$ 、 $I_u = 2171 \text{ cm}^4$ 、 $h = 200 \text{ cm}$ 、 $t_u = 1.2 \text{ cm}$ 、 $t_w = 0.9 \text{ cm}$ なる横断面形状の単純曲線げたの曲率半径 R_c を種々変化させて計算を行う。なお、この横断面は、長柄バイパスに使用されている曲線げたの横断面を理想化したものである。等分布荷重に対しては、 $q_0 = 0.1 \text{ kg/cm}^2$ の荷重を $R_i = l$ 、 $R_a = r$ となるように、けたに満載する。集中荷重に対しては、 $P_0 = 40 \text{ t}$ の荷重を $\bar{R} = R_c$ 、 $\varphi_c = \varphi/2$ なる位置に作用させる。

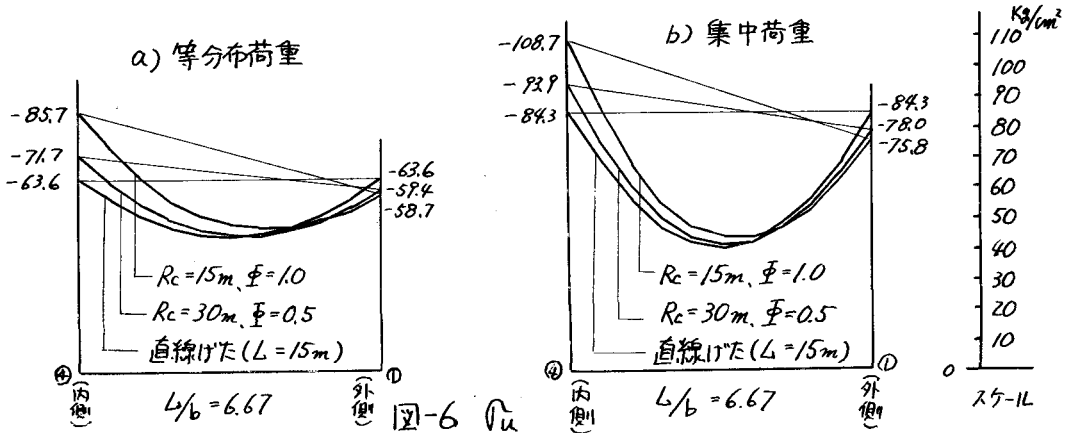
a) 等分布荷重

b) 集中荷重



支間 $L = R_c \cdot \varphi$

図-5 上フランジアート軸方向垂直応力 σ_u



φ = 1/2 点 L/b	等分布荷重					集中荷重				
	4.0	8.0	12.0	16.0	20.0	4.0	8.0	12.0	16.0	20.0
直線げた b_m/b	0.600	0.848	0.927	0.958	0.972	0.500	0.697	0.784	0.832	0.863
曲線げた	b_m/b	0.593	0.840	0.920	0.951	0.966	0.494	0.692	0.784	0.837
	b_m/b	0.601	0.846	0.923	0.953	0.968	0.501	0.701	0.791	0.844

表-1 中央断面の b_m/b (b_m :有効幅) $R_c=30m$.

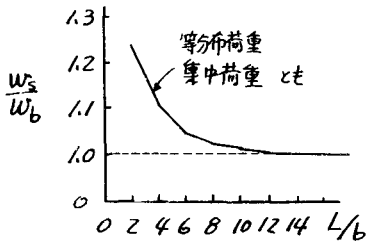


図-7 たわみ比

W_s : Shear lag を考慮した場合の $\phi = 1/2$ 点のため

W_b : 初等曲がりばり理論による $\phi = 1/2$ 点のため

$R_c = R_s = 30m$

$J = 2.5 \times 10^7 cm$

$C_w = 5.0 \times 10^{10} cm^6$

6. 結論 フランジプレートの有効幅を図-4に示すように定義するならば、曲線げた橋のフランジプレートの有効幅は、内側・外側とも、直線げた橋の有効幅を準用してよいと思われる。なお、本文は、種々の仮定にもとづいているため、その理論の妥当性を実験により検討する必要があると考えられる。

文献

- [1] E. Reissner; *Quart. of Applied Math.* Vol. 4 No. 3, 1946 P. 268~278
- [2] 小松定夫「連続箱桁の Shear lag について」土木学会論文集 第58号 (昭33.9)
- [3] 近藤和夫・小松定夫・中井博「鋼床板桁橋の有効幅に関する研究」土木学会論文集 第86号
- [4] 薄木征三・菅原登「曲線箱桁のフランジ有効幅について」第23回年次土木学会学術講演会講演概要 第1部内