

プレートガーダーの腹板の後座屈強度に関する理論的研究

京都大学工学部 正員 ○渡辺英一

アイオワ州立大学

Ti-Ta Lee

I. まえがき

プレートガーダーの設計においては従来腹板の座屈荷重を重要視して腹板の細長比を規定して来た。しかし数多く行なわれた過去の実験結果によればプレートガーダーの耐荷力はその腹板の座屈荷重と比較して数倍大きいことが判っている。しかも腹板には荷重が作用する以前にかなりの凹凸、すなわち初期たわみが存在しているため実験においても明確な座屈は認められない。理論的に腹板の挙動を解析するためにはいかなる板の有限変形理論を用いることが必要である。しかしこの理論は非線形であり境界条件が単純でなければ板の解析は非常に困難である。ここでは腹板の耐荷力を追求するため有限変形理論を用いてプレートガーダーのパネルを解析する一手法を論じたい。この手法は主として未知数である板の変位成分を荷重によって多項式展開すること、そして階差表現を用いることから成っている。これらによって関係式はすべて線形化され、また相当複雑な境界条件を考慮することが可能であり実際のプレートガーダーパネルをより現実的に解析できよう。

II. 解析法

図-1はプレートガーダーパネルを剛体運動がないようにモデル化したものを示している。図では板が4つの桁によって接合されているが、それらはそれぞれ腹板、上下フランジそして二つの垂直補剛材を表わしている。このパネル系は弾性を保つと仮定する。溶接熱によるパネル内の残留変形をも考慮すれば腹板における力のつり合い方程式は x , y , z 方向の変位 u , v , w を未知数にとって次のように書ける。

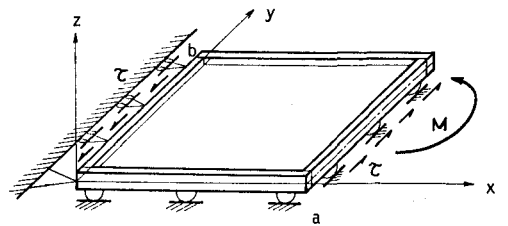


図-1 プレートガーダーパネルのモデル

$$\begin{pmatrix} D_x & 0 & D_y \\ 0 & D_y & D_x \\ w_{,xx}^T & w_{,yy}^T & 2w_{,xy}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{1-\nu^2} & \frac{\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu^2} & \frac{1}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\nu)} \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} D_x & 0 & w_{0,x} D_x \\ 0 & D_y & w_{0,y} D_y \\ D_y & D_x & w_{0,x} D_y + w_{0,y} D_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} w_{,x}^2 \\ w_{,y}^2 \\ 2w_{,x} w_{,y} \end{pmatrix} \right\} + \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} - \frac{D}{Eh} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \nabla^4 \end{pmatrix} w^T = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

ここに D_x , D_y はそれぞれ $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$, そして $w_{,x}$ は $\frac{\partial w}{\partial x}$ を示す。 w_0 , w^T はそれぞれ初期たわみ、初期たわみと荷重によるたわみの代数和、また σ_{x0} , σ_{y0} , τ_{xy0} は板の面内に

おける残留応力成分を示す。さらに D は板剛度、 E はヤング率、 t は板厚、 ν はポアソン比である。境界条件はたわみに関するもの、面内変位に関するもの、外力に関するものなどに分けられるが一般に微分、積分方程式によって表現され得る。ただしここでは一切の境界条件式を列挙することを割愛する。図-2 は典型的なプレートガーダーパネルの荷重-変位曲線を示めすがこれらはほぼ三次曲線によって近似表現できると考えられる。そこでいま解を次の形に仮定する。

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \sum_{k=0}^{\infty} u^{(k)}(x, y) \Delta^k \\ v(x, y) &= \sum_{k=0}^{\infty} v^{(k)}(x, y) \Delta^k \\ w(x, y) &= \sum_{k=0}^{\infty} w^{(k)}(x, y) \Delta^k \end{aligned} \quad (2)$$

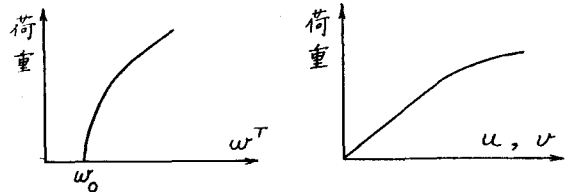


図-2 荷重-変位曲線

ここに Δ は荷重の大きさを示めすパラメーターである。実際の計算では k の値を m まで取れば良好な結果が得られる。この式(2)を式(1)と境界条件式へ代入すればそれぞれの次数 k に対応する線型化された方程式が層状に求められる。最終解は低次の方程式の解をまず求め、それを高次の方程式に代入して解くことによって得られる。またより厳密な解を求めるためには図-2 に示めす荷重-変位の関係を区間に分けてそれぞれ区間において式(2)を適用して解を求め、それらを接続すれば良い。この場合二つの連続した区間 I_n と I_{n+1} を考えると応力、変位などは区間 I_n での最終値が次の区間 I_{n+1} での初期値として与えられることになる。よってこの多項式展開法は最初の区間における出発点を除けばいわゆる摂動法と一致する。考えられている条件式は複雑であるために階差法を用いることによって数値解を求める。

Ⅲ. 数値計算

まずここでは荷重-変位の関係を全荷重レベルにおいて、すなわち単一区間において式(2)を用いて解を求めた。単一区間で近似する関係上、フランジのねじれ、横倒れ、そしてフランジの垂直座屈が explicit に考慮できないが、これを補足すべく Basler¹⁾ の提案した座屈条件式を用いてこれらの座屈の可能性を吟味した。この手法の妥当性を証明するため Lehigh 大学²⁾ と関西鉄骨橋梁溶接研究会³⁾ で行なわれた実験結果と解析結果を比較した。かなりの成果が得られた。用いられた実験桁 15 本に関して必要なパラメーターの値を計算すれば、それらは表-1 に示される。上から 12 本の桁は Lehigh 大学のものであり、残りの 3 桁は関西鉄骨橋梁溶接研究会によって実験されたものである。この表中において、 b は断面積、 J はねじり剛性、 I_y は弱軸まわりの曲げ剛性、 μ は初期たわみの大きさ、 Δw_{cr} は板の座屈荷重、そして Δw_{ex} は桁の耐荷力を示すパラメーターであって、いずれも無次元化されている。図-3, 4, 5 はパネル系を discrete な点の集合として変位である未知数の位置と番号を示している。これから判かるように、全未知数の数は $3N^2 + 7N - 7$ である。実際の計算において N はインプットとして与えられるが N を 5 にとってもかなりの

精度で解が求められる。

表-1. 実験桁の各パラメーターの値

Test Girder No.	Type of Load	$\lambda =$ b/a	$\beta =$ a/h	ϕ_f	ϕ_f'	ϕ_s	ϕ_s'	ψ_f	ψ_f'	ψ_s	ψ_s'	κ_f 10^{-4}	κ_f' 10^{-4}	μ_{ex}	Δ_{wcr}	Δ_u^{ex}
G1-T1	M	0.667	278	0.43	0.46	0.10	0.10	6.1	6.1	0.47	0.47	0.7	2.3	0.139	0.21	0.242
G2-T1	M	0.667	278	0.46	0.47	0.10	0.10	21.0	21.6	0.47	0.47	2.4	2.4	0.157	0.21	0.378
G3-T1	M	0.724	278	0.42	0.46	0.10	0.10	168.4	21.1	0.48	0.48	320.0	2.0	0.148	0.24	0.381
G4-T1	M	0.667	582	0.97	0.98	0.21	0.21	195.2	189.0	4.35	4.35	5.0	5.0	0.407	0.07	0.563
G5-T1	M	0.724	581	1.14	0.97	0.21	0.21	1536.0	191.9	4.34	4.34	669.0	4.2	0.833	0.08	0.495
G6-T1	S	0.667	389	0.65	0.65	0.14	0.14	59.4	59.4	1.30	1.30	3.4	3.4	0.376	0.08	0.328
G7-T1	S	1.000	255	0.96	0.95	0.20	0.20	79.0	81.6	1.86	1.86	11.0	10.9	0.446	0.11	0.389
G8-T1	C	0.333	761	0.31	0.30	0.47	0.47	25.0	24.4	23.30	23.30	0.4	0.4	0.355	0.11	0.226
G9-T1	C	0.333	1145	0.46	0.46	0.71	0.71	85.6	82.6	78.90	78.90	0.6	0.6	0.286	0.04	0.165
F10-T1	C	0.667	292	0.83	0.83	0.31	0.08	69.9	70.0	6.59	0.67	7.1	7.1	0.108	0.12	0.342
F10-T2	S	0.667	292	0.83	0.83	0.08	0.08	69.9	70.0	0.67	0.67	7.1	7.1	0.157	0.16	0.371
F10-T3	S	0.833	234	1.04	0.04	0.10	0.10	87.4	87.4	0.83	0.83	20.0	20.0	0.053	0.19	0.382
A-M	M	1.000	267	0.53	0.53	0.40	0.40	21.3	21.3	8.95	8.95	2.6	2.6	0.167	0.22	0.640
B-Q	S	1.000	267	0.53	0.53	0.40	0.40	21.3	21.3	8.95	8.95	2.6	2.6	0.167	0.10	0.282
C-M	M	1.000	200	0.40	0.40	0.30	0.30	9.0	9.0	3.78	3.78	2.0	2.0	0.125	0.19	0.555

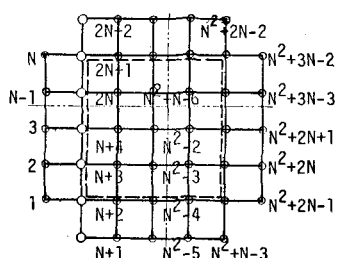


図-3 未知数 u

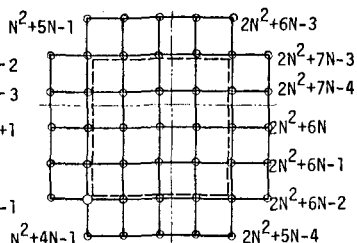


図-4 未知数 v

1. 大きな初期たわみが存在する場合には荷重-変位曲線は大きくカーブするし、たわみは一般に大きくなる。

2. 初期たわみの分布形状は荷重によるたわみの分布形状と一般に異なる。

3. 特にせん断を受けるパネルでは境界部材の剛性を極度に増加しても耐荷力はそれほど増加しない。

なお詳細は発表当日に説明する。

V. 参考文献

- 1) Basler, K. and Thurlimann, B., "Strength of Plate Girders in Bending," Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 87, No. ST6, 1961, p. 153.
- 2) Basler, K., Yen, B. T., Mueller, J. A. and Thurlimann, B., "Web Buckling Tests on Welded Plate Girders," Bulletin Series, Welding Research Council, Vol. 64, 1960.
- 3) フレートガーダーの耐荷力に関する理論と実験
関西鉄骨橋梁接合研究会, 昭和40年7月.

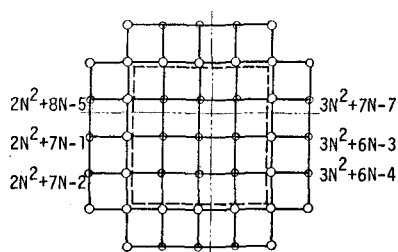


図-5 未知数 w