構造物の安全率に関する2～3の考察

京都大学　工学部　正員　小西　一郎
〃　正員　白井　勝之
大林組　正員　○山取　久輝

I. まえがき

静的荷重を受ける構造物の信頼性の研究は、現代では信頼性を推定する問題に限れば、分布関数決定の問題を除いて、理論的にはほぼ完成されている。しかし、設計時、現行の許容応力法にとり代る事ができないのは、合理的な信頼性基準を決定する問題が、まだ解明されておらず、それに分布関数決定において、どうしても主観的な面をとり除くことができないままである事が原因である。そこでここでは、荷重の分布に漸近分布を、抵抗の分布に対数正規分布を使用した場合の破壊確率を求め、それを利用して信頼性すなわち破壊確率の安全率とも言える uncertainty factor λを導入し、前述の不備を解消しようとしたものである。

II. λの導入法

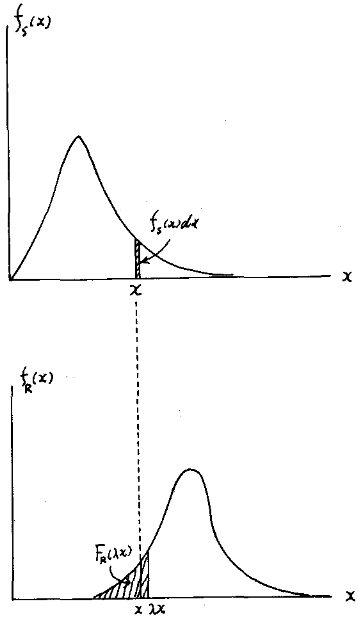
単一部材に、単一荷重が作用する時の破壊確率は、荷重Sおよび抵抗Rの確率分布関数、密度関数をそれぞれ、$F_S(x)$, $f_S(x)$, $F_R(x)$, $f_R(x)$ とすれば、

$$P_f=\int_0^\infty F_R(x) f_S(x)\,dx = \int_0^\infty [1-F_S(x)]\, f_R(x)\, dx \qquad (1)$$

で示される。この概念の基本は、$R/S<1.0$ で表わされるが、この考え方は、抵抗Rと荷重Sが何らかの方法で決定される時は、正当性を有するが、RとSを random 変数としそれらの分布をある関数にあてはめようとする場合には、危険を有している。そこで uncertainty factor λを導入して、破壊確率P_fを次のように示す。

$$P_f = P_r(R/S < \lambda) \qquad (2)$$

$$\lambda > 1.0 \qquad (3)$$



図－1

実際の破壊確率の計算において、(2),(3)を次のように具体化する。つまり図－1において荷重Sが区間$[x, x+dx]$にある確率は、$f_S(x)dx$である。そのxに対して、抵抗Rが小となる確率は、$F_R(x)$であり、破壊確率は(1)のように示されるのであるが、この時λを導入し、抵抗Rがλxより小なる確率を考える。つまり$F_R(\lambda x)$を考えることになる。結局破壊

確率は，

$$P_f=\int_0^\infty F_R(\lambda x)f_s(x)dx \qquad (4)$$

$$1.0<\lambda<\lambda_p \qquad (5)$$

と示すことができる。(4)は，$\lambda=\infty$で$P_f=1$となる。そこでλ_pなるものを考え，P_fの実際的な値を与えるための，λの限界値と考える。

III. 数値計算と考察

抵抗の分布関数は，SM50鋼の鉄鋼各社の実績より，データ数178個に対して確率分布を求めた。この実験的確率分布を対数正規分布に近似させた。そして次なるものを得た。

$$F_R(\lambda x)=\int_{-\infty}^{\ln \lambda x/36.8/0.0652}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,\mathrm{Exp}\left(-\frac{1}{2}u^2\right)du \qquad (6)$$

荷重の確率密度関数としては，以下の三種の漸近分布を使った。

$$\text{Type I}\;;\quad f(x)=0.6\cdot\mathrm{Exp}\left[0.6(9.2-x)-\mathrm{Exp}\{0.6(9.2-x)\}\right] \qquad (7)$$

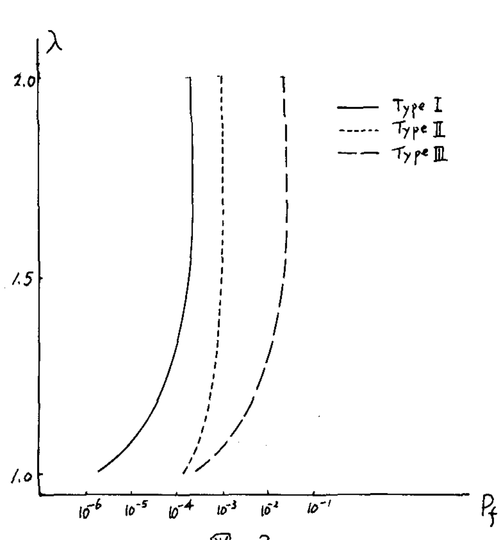
$$\text{Type II}\;;\quad f(x)=\frac{8\times36.8^7}{5^7\cdot x^8}\cdot\mathrm{Exp}\left\{-\frac{8\times36.8^7}{7\times5^7\cdot x^7}\right\} \qquad (8)$$

$$\text{Type III}\;;\quad f(x)=\frac{7\cdot(45-x)^7}{38.64^7}\cdot\mathrm{Exp}\left\{-\frac{7\cdot(45-x)^8}{8\times38.64^8}\right\} \qquad (9)$$

(6)〜(9)より(4)を計算し，結果を図－2に示す。図より$\lambda=1.4$近傍より$\lambda=2.0$までは，曲線は，ほとんど直線となり，P_fの変化は見られない。つまりuncertainty factor λを1.4より大にとるのは無意味であることを示している。$\lambda>1.4$では，破壊確率を確率統計学的に把握する立場を離れることになり，$\lambda_p=1.4$と考えてよい。そこで，SM50鋼の降伏点応力の分布を対数正規分布に近似させ，荷重の分布を漸近分布とした場合のuncertainty factor λは，

$$1.0<\lambda<1.4 \qquad (10)$$

と提案することができる。このλは構造物の破壊確率に対する一種の安全率と考えることができる。



図－2

文献 1) E. J. Gumbel; "Statistics of Extremes" Columbia Univ. Press New York, 1962 2) 白井勝之; "京大修論"