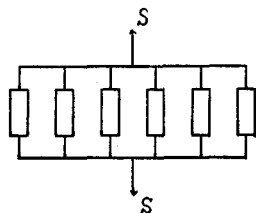


不静定構造物の破壊確率に関する2～3の考察

京都大学工学部	正員	小西一郎
京都大学工学部	正員	白石成人
京都大学工学部	正員	○白井勝之

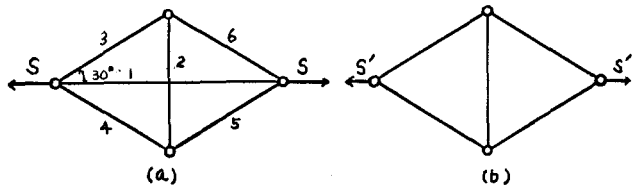
1) 序

不静定構造物の場合、単に一部材の破壊で構造物の機能を失うと見なすことはできない。この点に着目して、構造物を右図のような単純な並列部材よりなるモデルとして、Freudenthal は脆性破壊を、又西村は更に延性破壊をも対象として、複雑な破壊の進行経路を系統的に取り扱った循環式を導いている。しかし、実際に考えられる不静定構造物は、図の様な単純なモデルに分離できず、力の流れはより複雑である。以下では、簡単な実際の構造物に対して、その破壊確率の算定法と考えてみる。



2) 一次不静定トラスの破壊確率

右図に示すようなトラス構造に、ランダムな荷重 S がかかる場合と考える。各部材の断面積は、すべて A とし、最弱部材に対して許容応力法



が適用され、降伏により、部材の破壊と考える。荷重 S により各部材に導入される荷重の割合 C_i は、 $C_1 = \frac{5}{5+3\sqrt{3}}$, $C_2 = C_3 = \dots = C_6 = \frac{3}{5+3\sqrt{3}}$ (1)

従って、抵抗のランダムな性質を考慮しても、部材1が最も早く降伏点に達すると考えられ、この部材に対し許容応力法を適用すれば、断面積 A は

$$A = \frac{C_1 S_y}{\sigma_p} \quad (2)$$

部材1が降伏した後、荷重の増分 S' は(b)図に示すような静定構造でうけもたれ、部材2～6に導入される力の比率 $C'_i = \frac{S'_i}{S'}$ は、

$$C'_2 = C'_3 = \dots = C'_6 = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

このトラスが1個のランダムな荷重を受ける時の残存確率は、各部材の破壊事象 E_i 、残存事象 $\bar{E}_i$ を用いて次のように表わせる。

$$L = P_r[E_1] + P_r[E_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3 \cap \dots \cap \bar{E}_6] \quad (4)$$

部材1の降伏点 y をまず定数と考えれば、部材1が降伏する時の荷重 S^* が定数として定まり、 $P_r[E_1] = P_r[C_1 S < A y] = F_S\left(\frac{A}{C_1 y}\right)$ (5)

$$S^* = \frac{A}{C_1 y} \quad (6)$$

荷重が S^* より大きい場合は、部材1は $A y$ なる抵抗を継続し、降伏後の荷重の増分 S' は、静定トラスで受けもたれる。各部材の抵抗 K_i 間の統計的独立性を仮定すれば、

$$P_r[E_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3 \cap \dots \cap \bar{E}_6] = \int_{S^*}^{\infty} \prod_{i=2}^6 F_r(C_i S^* + C'_i S') f_S(x) dx \quad (7)$$

$$S' = x - S^* \quad (8)$$

$F_c(x) = F_c(\frac{x}{\alpha})$ なる関係があり、この事と式(6), (8)を用いれば、

$$P_r[E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap \dots \cap E_6] = \int_{\frac{\alpha}{2}y}^{\frac{6}{\alpha}y} F_c(\frac{\alpha}{2}y - \frac{\alpha}{2}y + \frac{\alpha}{2}x) f_s(x) dx \quad (9)$$

式(4)に式(5)(9)を代入すれば、部材1の降伏点か y の場合のリライアビリティが求まる。
すべての y の取り得る範囲を考えれば、

$$L = \int_0^{\infty} \left[F_s(\frac{\alpha}{2}y) + \int_{\frac{\alpha}{2}y}^{\frac{6}{\alpha}y} F_c(\frac{\alpha}{2}y - \frac{\alpha}{2}y + \frac{\alpha}{2}x) f_s(x) dx \right] f_c(y) dy \quad (10)$$

(10)式に式(2)を代入すれば、破壊確率は、

$$P_f = 1 - L = 1 - \int_0^{\infty} \left[F_s(y \sqrt{\frac{S}{S_0}}) + \int_{\frac{\alpha}{2}y \sqrt{\frac{S}{S_0}}}^{\frac{6}{\alpha}y \sqrt{\frac{S}{S_0}}} F_c(\frac{\alpha}{2}y - \frac{\alpha}{2}y + \frac{\alpha}{2}x) f_s(x) dx \right] f_c(y) dy \quad (11)$$

従って、安全率 V のみの関数となり、数値積分とすれば破壊確率を得る。

3) 内型ラーメンの破壊確率

(a)図の様な内型ラーメンに、ランダムな鉛直荷重 s が作用する場合と考える。曲げモーメント図は(b)図の様になる。梁と柱の隅角部A, Bは、断り継ぎがあるとするなら、塑性ヒンジは、柱が梁のどちらかにひびく。従って、崩壊機構の型式は、図に示すように四種類考えられる。各崩壊機構の抵抗 K_i は、

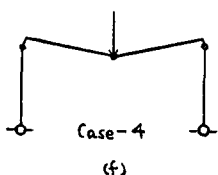
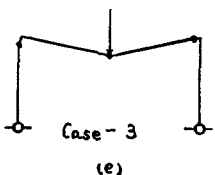
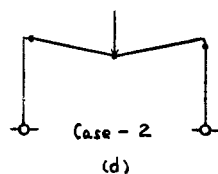
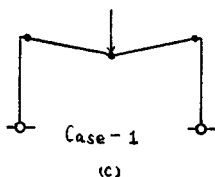
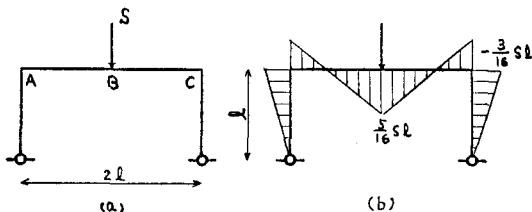
$$K_1 = (M_{AB} + 2M_B + M_{CB})/2$$

$$K_2 = (M_{AB} + 2M_B + M_{CB})/2$$

$$K_3 = (M_{AC} + 2M_B + M_{CB})/2$$

$$K_4 = (M_{AC} + 2M_B + M_{CB})/2$$

(12)



各 K_i は、荷重 S と比較され、もし任意の K_i がこれよりも小さいならCase- i の崩壊機構が成立し、ラーメンは破壊する。断面での全塑性モーメントの算量が同じ正規分布にしたがい、

その平均値を μ 、分散を σ^2 とすれば、各抵抗 K_i はこれらの一次式で表わされるので、これも正規分布に従い

$$\mu_{K_i} = 4\mu/l \quad i=1, \dots, 4 \quad (13)$$

一方 K_i の分散 $S_{K_i}^2$ は、

$$S_{K_i}^2 = \frac{1}{2} \{ 6S^2 + 4p_{AB,B}S^2 + 2p_{AB,CB}S^2 + 4p_{B,CB}S^2 \} \quad (14)$$

$p_{i,j}$ は、 M_{Ai} と M_{Bj} の相関係数である。ヒンジのひびく位置 α 、 p は同じ部材なら完全に従属、これ以外は独立と仮定すれば、

$$S_{K_1}^2 = \frac{16}{2} S^2 \quad \text{同様} \quad S_{K_2}^2 = \frac{16}{2} S^2, \quad S_{K_3}^2 = \frac{16}{2} S^2, \quad S_{K_4}^2 = \frac{16}{2} S^2 \quad (15)$$

従って、各崩壊機構の K_i の分布関数は、 $F_{K_i}(x) = \Phi((x - \mu_{K_i})/\sigma_{K_i})$

各崩壊機構の破壊確率は、 $P_{f_i} = \int_0^{\infty} \Phi((x - \mu_{K_i})/\sigma_{K_i}) f_s(x) dx$

従って、ラーメン全体の破壊確率 P_{f0} は、次式のようになる。

$$P_{f1} \leq P_{f0} \leq \sum_{i=1}^4 P_{f_i} \quad (16)$$