

鋼構造物の最小重量設計

京都大学工学部 正員 山田 善一
建設省 正員 ○喜多河信介

まえがき

最近の電子計算機の画期的な進歩は、土木工学の分野でその発展に大いに寄与しており、計算機を用いての研究が次々に発表されているが、構造工学の分野に限ってみてもその多くの多くは、解析の方面に集中しているように見受けられる。

本研究では、電子計算機の進歩の効果が最も端的に表われていると考えられる2つの主題、すなわち、マトリックスを用いた骨組構造解析法と、非線形計画法の1手法である Gradient Projection 法とを組み合わせて、トラス構造物の最小重量設計についてそのプログラムを作って考察してみた。

1. Gradient Projection 法

Gradient Projection 法（以下 GPM）は多変数関数の制約領域中における極値を求める手法のひとつである。すなわち、一般性を失うことなく

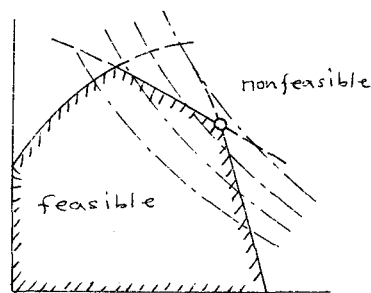
$$f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

なる条件のもとで、

$$\max F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

を求める問題を対象とした最適計画法と考えられる。

今、互に独立な変数で張られる数空間を考えるとひとつの変数の組は、その空間内の1点とみなすことができる。それぞれの点に対して F の値が対応することになる。



まず、制約条件がない問題と考えると、任意の初期値 x_0 を選べば、 x_0 において目的関数 F の gradient $\Delta F(x_0)$ を求めることができる。この方向で F の増大する向きに x_0 を修正して x_1 を求めると x_1 は最も有利な改良となされた点となる。この操作を繰返して点列 $x_0, x_1, \dots, x_2, \dots$ を求めてゆけば、最終的に $\Delta F = 0$ なる点に到達できると考えられる。これがいわゆる勾配法である。

GPMはこの考えをも、制約条件が存在する場合、すなわち空間が有界な場合に応用したもので、先の場合と異なるのは、制約面上では、 ΔF のかわりに ΔF を制約面に投影した方向をとらねばならないことである。その他、収束判定条件が制約面の形状によっては若干複雑となる。

GPMの特徴としては、

1) 空間内の1点で、local な意味での最適修正方向を算出し、その方向に変数の組を変化させるという単位ステップの積み重ねで計算がおこなわれるので、最も有効な経路をたどって最適値に到達する。

2) 制約面上も通って解へ漸近するので、収束がおそい場合も次善の feasible な解が得られる。

3) 1) で述べた単位ステップはその場所で関係している制約条件だけについて演算をおこなえばよいので、計算機内に必要とする記憶容量が少なく済む。

これらの各所に対し、短所としては、

4) 各ステップで F および g_j の偏微分係数を計算する必要があるので、次元が増大した場合は計算時間を多く要することになる。

5) 各時点での解の近似度によって収束の速度も加減することがむずかしい。したがって初期値の与え方の巧拙により計算時間が大きく異なる。

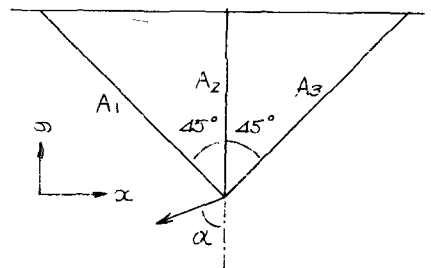
6) 制約条件が非線形の場合は、収束の過程で制約面上から non-feasible 領域へいったん飛び出しこれが補正されるというジグザグ経路をとるので、制約面の曲率が大きい場合には、単位ステップの長さとも関連して計算時間が増大する。

2. GPMを用いた最小重量設計法

構造物の総重量を W とすれば、 $F = -W$ とし、 g_j として、部材の応力、変位、最小寸法等のそれぞれの許容値との差をとれば、GPMのプログラムは構造物の最小重量設計にそのまま使えることになる。なおプログラムの各ステップの要素として用いる解析の手法はここではスティフネスマトリックス法を用いた。

3. 計算結果

計算は図に示したような3バートラスなどについておこなった。制約条件は、柱屋を考慮しない許容応力(引張・圧縮とも 1400 kg/cm^2)、柱屋を考慮した許容応力 (5541)、および自由節点の x 軸方向変位で、荷重条件は、単一載荷および、2方向への交番載荷を考えた。それらの結果は講演紙に示す。



なお、本研究の計算はすべて 京都大学大型計算機センター・FACOM 230-60 によっておこなった。

参考文献

1. Rosen, J. B., "The Gradient Projection Method for Nonlinear Programming, Part 1, Linear Constraints," SIAM Journal, Vol. 8, No. 1, 1960
2. 同 Part 2 Nonlinear Constraints, 1961