

粘弾性地盤上の剛基礎体の振動解析について

京都大学工学部 正会員 後藤尚男

はしがき 構造物基礎体—地盤系の振動解析には、周知のように地盤を半無限弾性体とみて波動理論を適用する方法と、地盤をばね表示してばね—ダッシュポット系として取り扱う方法とがある。ここでは構造物基礎に接する有限領域の地盤の粘弾性に着目し、また遠散減衰を近似的に取り入れてモデル化し、実用的解析の一手法たらしめようとした。

1. 等価的弾性土柱とそのモデル化

著者は以前に弾性土柱を取り扱ったことがあるが(土木学会論文集 72 別冊, 昭 36), 今回はそれを大幅に拡充した。図—1 (1) のような半無限弾性地盤上の剛体の沈下 U_s は土質工学会等の結果を変形すると, $U_s = \beta \frac{(1-\nu)}{E} \sqrt{A} q_s$, ($\beta = 0.88$, 円, 正方形) ----- (1)

ここに, E, ν : 土のヤング率, ポアソン比, A : 載荷面積。一方図—1 (2) の側方こう束土柱の頂部圧縮量 U_s' は $U_s' = \epsilon d_v = \frac{q_s d_v}{f(\nu)E} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E} d_v q_s$ ----- (2)

式 (1) と式 (2) を等置して, $d_v = \frac{(1-\nu)^2}{(1-2\nu)} \beta \sqrt{A} = f(\nu) \beta \sqrt{A}$ ----- (3)

この土柱の縦自由振動は $f(\nu)E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$, $u = (B_1 \cos \frac{\omega}{v_p} x + B_2 \sin \frac{\omega}{v_p} x) e^{i\omega t}$ ----- (4)

ここに, γ : 土の単位重量, v_p : 縦波速度。 $x=0$:

$M\ddot{u} = f(\nu)EA\epsilon$, $x=d_v: u=0$ より振動数方程式は

$$\omega^2 = \frac{f(\nu)EA}{M} \frac{\omega}{v_p} \cot\left(\frac{\omega}{v_p} d_v\right) \quad \text{----- (5)}$$

これより図—1 (3) の k_v , 土の質量を考えない $k_0 = f(\nu)EA/d_v$, 仮想振動質量 m は次式の関係となる。

$$\omega^2 = \frac{k_v}{M} = \frac{k_0}{M+m} < \frac{k_0}{M} = \omega_0^2, \quad m = \frac{k_0}{\omega^2} - M \quad \text{----- (6)}$$

2. 等価粘弾性土柱とそのモデル化

地盤の粘性をひずみ速度に比例する内部抵抗として図—2 (2) の土柱に取り入れた縦自由振動は

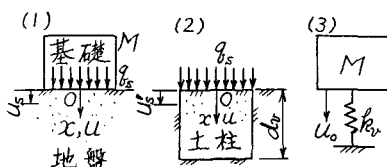
$$f(\nu)E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad \text{----- (7)}$$

ここに, η : 土の粘性係数。上式を変数分離法で解くと, 非減衰固有円振動数 ω は式 (5) で与えられ, 減衰指数 ϵ , 減衰常数 h は, $2\epsilon = 2h\omega = \frac{\eta}{g} \left(\frac{\omega}{v_p}\right)^2 \eta$ ----- (8)

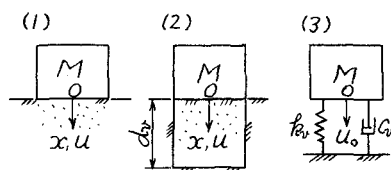
しからば図—2 (3) のモデルは,

$$M\ddot{u}_0 + c_v \dot{u}_0 + k_v u_0 = 0 \quad \text{----- (9)}$$

ここに, ω : 式 (5), $k_v = \omega^2 M$, $c_v = 2h\omega M$, h : 式 (8)



図—1 弾性土柱とそのモデル化



図—2 粘弾性土柱とそのモデル化

3. 地下逸散減衰の近似的導入

地下逸散減衰を近似的に導入するため、図-3 (1) のように深さ無限大の弾性土柱を便宜的に仮想し、式 (4) より下方 x 方向の進行波に注目すると、 $u = C_1 e^{\omega(t - \frac{x}{v})}$ ----- (10)

$x=0$ の境界条件 $M\ddot{u} = EAE$ に上式を入れると、 $M\ddot{u} + i\frac{\omega}{v} f(v) EAU_0 = 0$ ----- (11)

上式の第2項は速度比例の減衰項として次のように表示できる。

$$M\ddot{u} + G'_v \dot{u} = 0, \text{ ただし } G'_v = \frac{f(v)EA}{v\rho} \text{ ----- (12)}$$

次に粘弾性土柱は式 (7) の解から図-3 (1) の下方への進行波をとり

$$u = D_1 e^{i(\omega t - \alpha x) - \varepsilon x} \text{ ----- (13)}$$

ここに、 $\omega' = \sqrt{\omega^2 - \varepsilon^2}$ 、 ε : 式 (8)。 $x=0$ における境界条件 $M\ddot{u} = EAE$ に上式を入れると、

$$M\ddot{u} + i\frac{\omega}{v} A \{ f(v)E - \varepsilon \eta \} u_0 + 2A \frac{\omega \omega'}{v\rho} u_0 = 0 \text{ ---- (14)}$$

上式の第2, 3項は減衰項、復元項に対応するので、

$$M\ddot{u} + G'_v \dot{u} + k'_v u_0 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} G'_v &= \frac{A\omega}{v\rho\omega'} \{ f(v)E - \varepsilon \eta \} = \frac{A\omega}{v\rho\omega'} \left\{ f(v)E - \frac{\omega^2 \eta^2}{2f(v)E} \right\} \text{ ---- (15)} \\ k'_v &= c'\varepsilon - 2A \frac{\omega \omega'}{v\rho} = - \frac{\omega^2 \eta A}{2v\rho\omega'} \end{aligned} \right\}$$

図-3 (3) では単に図-2 (3) を加わえた。

4. 根入剛基礎体のモデル表示

これまでの上下方向を根入側面水平方向について図示したのが図-4 であり、図-5 は底面水平方向で $d'_h = G/k_h$ (G : セン断弾性係数, k_h : 水平地盤係数)。また純動揺は図-6 に示したように上下動の δ , C より容易に表示できる。

5. 根入剛基礎体の振動解析

以上の結果よりの例を示した図-7 の振動モデルには、上記の仮定のもとに地盤の弾性・粘性・質量・逸散減衰が近似的に入っている。同図に対する次の運動方程式は各項に ω が入っていて、振動数方程式などの計算が複雑になろうほかは、基本的には通常の振動解析法を適用していい。

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{y} + (G+G_2)\dot{y} - G_2\dot{y}' + (k_1+k_2)y - k_2y' &= F_y(t) \\ J\ddot{y} + (G_1+d_1^2G)\dot{y} - G_1\dot{y}' + (k_1+k_2d_1^2)y - k_2d_1y' &= F_y(t) \end{aligned} \right\} \text{ ---- (16)}$$

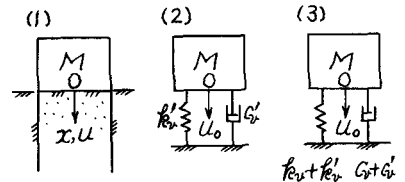


図-3 逸散減衰とその近似モデル化

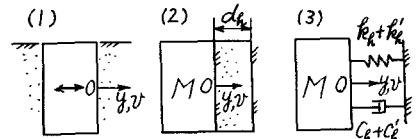


図-4 側面水平方向の土柱とモデル化

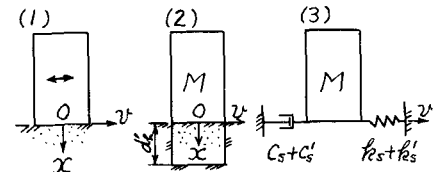


図-5 底面下水平方向の土柱とモデル化

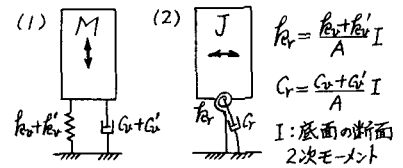


図-6 純動揺の底面下モデル化

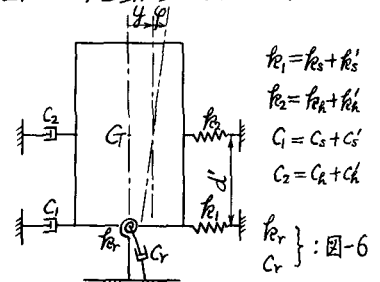


図-7 剛基礎体の振動モデルの例