

構造物のフラッター限界風速に関する近似算定法について

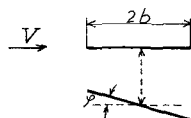
京都大学工学部 正員 白石 政人

1. まえがき

長大つり橋に関する耐風安定性の解析は、これまで多くの研究者により、理論的あるいは実験的に行われてきたが、未だその物理的機構を明らかにするに至っていないようである。土木構造物が空気流の中におかれた場合、構造物がどのような応答をするかは、その形状、振動特性、流れの状態により、変化するが、剛体としてではなく、振動特性をもつ場合、いわゆるフラッター現象が構造物の安全性を評価する上で重要なものであると考えられる。フラッター現象はすでに周知のように多くのタイプがあり、同じ構造物であっても流れの状態（例えば迎え角等）が変化すれば異なったフラッター状態になることがある。ここでは特に平板型の構造物と考えられる場合にみられる曲げねじれフラッターに注目し、単一平板についての限界風速の近似式と、二重平板(double deck)型構造のフラッター限界風速を凝定常空気をを用いて考察する。

2. 平板型構造物の曲げねじれフラッター限界風速

図-1に示すような2自由度振動系を空気流れの中で考えれば、その基礎方程式は、



$$\left. \begin{aligned} \ddot{\eta} + 2\zeta_{\eta}\omega_{\eta}\dot{\eta} + \omega_{\eta}^2\eta &= H_1\dot{\eta} + H_2\dot{\varphi} + H_3\varphi \\ \ddot{\varphi} + 2\zeta_{\alpha}\omega_{\alpha}\dot{\varphi} + \omega_{\alpha}^2\varphi &= A_1\dot{\eta} + A_2\dot{\varphi} + A_3\varphi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

となる。ここに ω_{η} , ω_{α} は固有振動数, ζ_{η} , ζ_{α} は減衰常数, H_i , A_i ($i=1\sim 3$) は空気力係数である。式(1)より η を消去し, φ に関する4次の微分方程式を求め、これに Routh の条件式を応用すれば、

$$\left. \begin{aligned} B_0 &\equiv \omega_{\eta}^2(\omega_{\alpha}^2 - A_3) > 0 \\ B_1 &\equiv (\omega_{\alpha}^2 - A_3)(2\zeta_{\eta}\omega_{\eta} + |H_1|) + \omega_{\eta}^2(2\zeta_{\alpha}\omega_{\alpha} + |A_2|) + A_1|H_3| > 0 \\ B_2 &\equiv (\omega_{\alpha}^2 - A_3) + \omega_{\eta}^2 + (2\zeta_{\eta}\omega_{\eta} + |H_1|)(2\zeta_{\alpha}\omega_{\alpha} + |A_2|) + A_1|H_2| > 0 \\ B_3 &\equiv 2\zeta_{\alpha}\omega_{\alpha} + 2\zeta_{\eta}\omega_{\eta} + |H_1| + |A_2| > 0 \\ R &\equiv B_3B_2B_1 - B_3^2B_0 - B_1^2 > 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

となる。

式(2)の最初の4式は自動的に成立するため、限界値は $R=0$ より求められることになり、式(1)に対するアナログ計算機によるシミュレーションより、この限界値は、凝定常空気をを用いるとすれば、

$$V_{cr} = K\omega_{\alpha}b^3\sqrt{\frac{\nu}{\mu^2}\left(1 - \frac{\omega_{\eta}^2}{\omega_{\alpha}^2}\right)}, \quad K = \sqrt[3]{\frac{4\pi^2}{\left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}\right)^2}\left(2\zeta_{\alpha} + \frac{|A_2|}{\omega_{\alpha}}\right)} \quad (3)$$

ここに、 $\mu = 2\pi P b^2 / m$, $\nu = 2r^2 / b^2$, (P : 空気密度, m : 単位長さあたり質量, r : 回転半径) である。

式(3)は A. Selberg の近似式

$$V_F = 0.88 \omega_\alpha b \sqrt{\frac{\nu}{\mu}} \left(1 - \frac{\omega_\gamma^2}{\omega_\alpha^2}\right) \quad (4)$$

に対応するものであり、式(3)の $|A_2/\omega_\alpha|$ は実験的に決めることができる。

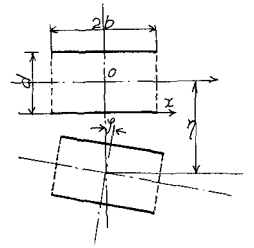


図 - 2

3. 二重平板型構造の曲げねじれフラッター

いま図-2に示すような二重平板を考え、図中x軸方向に渦密度 $\nu(x)$ が分布するとき、凝定常状態では、渦密度は次の積分方程式を満足しなければならない。すなわち、

$$-\nu\phi - \eta - x\dot{\phi} + \frac{d}{2}\dot{\phi}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-b}^b \frac{\nu(\xi)}{\xi - x} d\xi + \frac{1}{2\pi} \int_{-b}^b \frac{\nu(\xi)(\xi - x)}{(\xi - x)^2 + d^2} d\xi \quad (5)$$

である。式(5)を解くために

$$\begin{aligned} x &= -b \cos \psi, \quad \nu = 2V(A_0 \cot \frac{\psi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\psi) \\ \xi &= -b \cos \theta \end{aligned} \quad (6)$$

とおき、式(5)の ψ に関する両辺を等しいとすれば、 ν を変位成分 $\phi, \dot{\phi}, \eta$ で示すことができる。

式(5)は、式(6)のような変換すれば、

$$-\nu\phi - \eta + \frac{d}{2}\dot{\phi}^2 + \phi b \cos \psi = V(-A_0 + \sum_1^{\infty} A_n \cos n\psi + \frac{1}{\pi} \sum_0^{\infty} A_n B_n(\psi))$$

となるが、この両辺が等しいという条件より

$$A_0 = \frac{1}{2} \left(\phi + \frac{\eta}{V} - \frac{d}{2V} \dot{\phi}^2 \right), \quad A_1 = \frac{b}{2V} \dot{\phi}, \quad A_n = 0, \quad (n=2, \dots) \quad (7)$$

ただし、 B_n は、式(6)を式(5)の右辺の才2項に代入して求められる ψ と (d/b) によって決定される関数である。計算の結果のみを示せば、式(7)は、式(6)の渦密度 $\nu(\psi)$ を決定するものであるから、結局揚力 L 、ピッチングモーメント M は、

$$\left. \begin{aligned} L &= -2\rho V \int_{-b}^b \nu(x) dx = \frac{1}{2} \rho V^2 (2b) C_L \\ M &= -2\rho V \int_{-b}^b \nu(x) \cdot x dx = \frac{1}{2} \rho V^2 (2b)^2 C_M \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

で表われることになる。すなわち、上式に、式(7)を代入することにより、次式をうる。

$$\begin{aligned} C_L &= \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) \left\{ -\phi - \frac{\eta}{V} - \frac{b}{2V} \dot{\phi} \right\} - \frac{d}{2V} \dot{\phi}^2 = -\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \frac{\eta}{V} - \frac{b}{2V} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \dot{\phi} (1 - 2\kappa\phi) - \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \phi \\ C_M &= -\frac{b\pi}{4V} \dot{\phi} - \frac{1}{4} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \left(-\phi - \frac{\eta}{V} - \frac{b}{2V} (1 - 2\kappa\phi) \dot{\phi} \right) \\ &= \frac{1}{4V} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \eta - \frac{b}{4V} \left(\pi - \frac{1}{2} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (1 - 2\kappa\phi) \right) \dot{\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \phi, \quad \kappa = \frac{d}{2b} \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)は図-2に示すような上下全く同じ平板より double deck 構造に対する非定常空気力を表すものであるが、凝定常空気力を用いかつ微小変位理論に立脚する場合、double deck としての特性は、非線型減衰項にのみ現われることになる。二つの平板が

独立に変位する場合には例えば翼列の解析にみられる干渉係数等が現象をよく説明するが、これらが完全に図心の変位、回転という剛体的変位で決定される場合、動的空気力は一枚の平板のものと比較して、線型項では同じとなり、非線型項で異なるものと考えられる。平板のフラッター現象は迎え角0度の条件のもとでは線型理論で比較的良く説明しようと考えられるが、迎え角をもつ場合の応答は線型特性から非常に異なる特性を示めている。二重平板構造はこの意味で、迎え角0°では単一平板のものとほぼ同じ挙動となるが、非線型応答領域で単一平板と異なり、そのフラッター限界風速は低下するものと考えられる。

4. 実験結果との比較

式(3)に示す近似式を平板の中央部に法長の10%の周床をもつものについてフラッター実験を行ったが、この結果は下図に示すようであり、実験値は Selberg の近似式と式(3)で与える限界風速の中間にあり、前者は上限値を後者は下限値を与えるように思われる。なお計算値は周床の影響を近似的に加味し、従来の平板(周床)のものを修正した結果である。

なお、実験は他の形式のモデルについても継続しており、これについては当日報告する予定である。

