吊橋主塔建設時の耐風対策の一試案

日立造船(株)技術研究所　正員　牛尾正之
日立造船(株)技術研究所　正員　○植田利夫

1. まえがき

長大吊橋の補剛桁および完成後の全体系の耐風安定性に関してはタコマ・ナローズ橋の落橋以来各方面で研究が進められてきた。一方、主塔の建設途上の耐風性については、フォース橋・セバーン橋での経験以外あまり例がないが、主塔自立の状態では渦の周期的外力によって比較的低い風速の風により、かなり大きい振幅の振動が生じると報告されている[1]。このような振動は、作業員に船酔い現象を感じさせたり、架設用機材などに突発的事故を生じ、作業の継続に支障を来して工程を遅らせることになる。このため、事前に振動防止対策を講ずる必要がでてくる。その方法としては、(1) 塔体に付加物を取付け渦の発生を乱す (2) ステーなどを設けて一時的に主塔の剛性を高める (3) 付加装置により減衰性を高める などが考えられる。　本文では(3)を対象に、すでにフォース橋で採用された「塔頂からワイヤを張り、先端に取付けたブロックを滑り台上にのせて、ブロックと滑り台の間のまさつ力を利用する」方法を取上げ、その減衰機構に理論的考察を加えた。

2. 理論的考察

渦によるフレキシブルな塔状構造物の振動は自励振動的な要素と強制振動的な要素を含んでいてその現象は複雑であるが、共振時には風洞実験で得られた結果を強制振動と考えて換算した等価な空気力を使用すれば、強制振動論が実用的に適用しうると考えられる。このような空気力 P を受けた状態で、バネ定数 K、塔頂質量 M の1質点系に置換された主塔が、ワイヤを介して質量 m のブロックが F なるまさつ力をもって運動するものとする。このときの主塔とブロックの相互の動き、言換えると、防振の効果は、ワイヤのサグの変化、弾性変形によって左右されるので、その影響を換算バネ定数 k をもって考慮に入れる。

このような2質点系に対して、図1から運動方程式がつぎのように導かれる。

$$\begin{cases} M\ddot{X} + C\dot{X} + KX + k\alpha\cos\theta(\alpha X\cos\theta - x) = P\cos\omega t & (1) \\ m\ddot{x} + k(x - \alpha X\cos\theta) \pm F = 0 & (2) \end{cases}$$

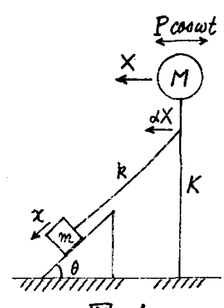


図 1

(1)(2)式において、C は主塔の減衰係数(構造減衰)、F はクーロンまさつ力である。また、α はワイヤ取付け点と塔頂の変位の比で、振動モードから求める。一般に、粘性減衰とクーロン減衰が存在する2質点系に強制力が作用する場合の厳密解を得ることは容易でないので[2][3]、著者等は、共振時強制力のなす仕事と減衰による逸散エネルギが釣合うことを利用して、2質点系に対し近似的な解を得ることにした。すなわち、共振点 ω_-, ω_+ および強制力 P と変位 X, x の間の位相差 φ を減衰のない場合 ($C=0$, $F=0$) の値から推察したものを用いた。

まず、考えるべき共振点 ω_-, ω_+ (連成振動数) は、(1)(2)式において、$C=0$, $F=0$, $P=0$ として、

$$f(\omega) = mM\omega^4 - (kM + Km + km\alpha^2\cos^2\theta)\omega^2 + kK = 0 \quad (3)$$

から得られ、図2のように表される。

つぎに、(1)式を変形して(2)式に代入して、

$$\frac{mM}{k}\ddddot{X}+\frac{mC}{k}\dddot{X}+\frac{kM+Km+km\alpha^2\cos^2\theta}{k}\ddot{X}+C\dot{X}+KX\pm F\alpha\cos\theta=\frac{k-m\omega^2}{k}\cdot P\cos\omega t \quad (4)$$

$C=0$, $F=0$ のときは、 $\frac{mM}{k}\ddddot{X}+\frac{kM+Km+km\alpha^2\cos^2\theta}{k}\ddot{X}+KX=\frac{k-m\omega^2}{k}\cdot P\cos\omega t$ (5)

一方、(2)式を変形して(1)式に代入するときは、±Fという矩形波の関数を微分するという不都合があるので、F＝0の場合を考えると、

$$\frac{mM}{k}\ddddot{x}+\frac{mC}{k}\dddot{x}+\frac{kM+Km+km\alpha^2\cos^2\theta}{k}\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=\alpha P\cos\theta\cdot\cos\omega t \quad (6)$$

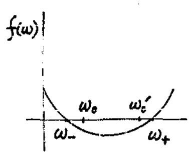
(6)式にて $C=0$ とすれば、 $\frac{mM}{k}\ddddot{x}+\frac{kM+Km+km\alpha^2\cos^2\theta}{k}\ddot{x}+Kx=\alpha P\cos\theta\cdot\cos\omega t$ (7)

となる。(1)(2)式の解を $X=A\cos(\omega t-\varphi)$、$x=B\cos(\omega t-\varphi)$ とした場合、位相差 φ を直接求めることは困難なので、減衰のないときの(5)(7)式から図3のように得られる。図において位相差 φ が飛躍する点においては、粘性減衰、クーロン減衰のある場合、X について $\frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi$、$x$ について、$\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ になることは容易に理解される。この位相差を用いて共振点 ω_-, ω_+ にてエネルギの釣合いを考えると、(4)式から、

$\omega=\omega_-$ のとき $F=\frac{\pi}{4\alpha\cos\theta}\cdot\frac{k-m\omega_-^2}{k}\cdot(P-C\omega A)$ (8)

$\omega=\omega_+$ のとき $F=\frac{\pi}{4\alpha\cos\theta}\cdot\frac{m\omega_+^2-k}{k}(P-C\omega A)$ (9)

(8)(9)式が塔頂の最大変位 A とまさつ力 F の関係を表わす式である。また、ブロックの最大変位Bは、基準振動モードの関係から、 $B=\frac{\alpha k\cos\theta}{k-m\omega^2}\cdot A$ (10) として求まる。



$\omega_0=\sqrt{\frac{K+k\alpha^2\cos^2\theta}{M}}$

$\omega_0'=\sqrt{\frac{k}{m}}$

図2

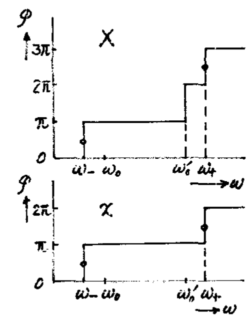


図3

いま $F=\mu mg\cos\theta$ (μ:まさつ係数, g:重力加速度, θ:滑り台の角度)であるから、たとえば(8)式に代入すると、$\omega=\omega_-$ に対応する共振風速状態における μ, m, A の関係式(11)が得られる。

$$\mu=\frac{\pi}{4mg\alpha\cos^2\theta}\cdot\frac{k-m\omega_-^2}{k}\cdot(P-C\omega_-A) \qquad (\omega=\omega_- \text{のとき}) \quad (11)$$

(11)式からあるまさつ係数 μ をもつ滑り面を用いた場合、どの程度の m をもったブロックを考えれば、塔頂の最大変位 A を施工上の許容範囲に押えることができるか計算される。

また、このとき振動するブロックの最大変位 B と μ, m の関係は(12)のようになる。

$$\mu=\frac{\pi}{4mg\alpha\cos^2\theta}\cdot\frac{k-m\omega_-^2}{k}\cdot\left\{P-\frac{C\omega_-(k-m\omega_-^2)}{\alpha k\cos\theta}\cdot B\right\} \quad (12)$$

以上、ワイヤの変形を考え2質点系として解を求めたが、変形を考えない場合には1質点系に粘性減衰・クーロン減衰が作用することになり、このときの解は、エネルギの釣合から、

$$F=\frac{\pi}{4\alpha\cos\theta}\cdot(P-C\omega A), \qquad B=\alpha A\cos\theta \quad (13)$$

となる。(8)と(13)式を比較すれば明らかなように、ワイヤの変形の影響は $\frac{k-m\omega_-^2}{k}$ として現れており、2質点系で $k=\infty$ と考えられる特別な場合が1質点系に相当することになる。

3. あとがき

以上、ブロックは主塔と同位相で動いている状態を扱っているので、現場施工では、換算バネ定数kの取扱い方、滑り面の角度、まさつ係数のとり方を十分検討する必要があろう。

〔参考文献〕 (1) Institution of Civil Engineers Vol..32, 1965: Forth Road Bridge, Paper No.6390
(2) J.P.Den Hartog: Forced Vibrations With Combined Coulomb and Viscous Friction, Trans.A.S.M.E.
(3) 坪井忠二: 振動論, 河出書房, 1943