配分交通量の変動を考慮した面制御

京都大学　正員　米谷栄二
〃　〃　○奥谷 巖

1．はじめに　大都市の交通管制の一企画に面制御といわれる交通信号制御システムがあるが，現在は制御方式の原理を見い出すことが急務であり，関連分野の研究方向もそうした点に主力がおかれている。われわれもこのような最適制御方式の開発について，その一翼を担うべく，現在までにいくつかの基礎的な研究を行なってきた[1,2,3]。今回は面制御を実施した場合の疎通能力の改善に伴なう配分交通量の変化を考慮した制御方式について考えてみることにする。

2．制御原理と考え方　いま一つの街路の路線に系統制御を実施したとした場合，その路線の走行抵抗が相対的に減少することになるので，潜在的に当該路線を通行する可能性を有していた交通の一部は他の路線から当該路線に転換して新たな走行抵抗における均衡状態を現出することになろう。したがって，厳密を期すならば，面制御方式を考えるときこうした路線の疎通能力の改善に伴なう配分交通量の変動という要素を看過するわけにはゆかない。本研究では以上のような観点のもとに，今までの研究では既知数として与えていた各街路区間の交通量を未知数とし，輸送計画的交通量配分の原理[4]を加味して，対象街路網全体の総走行時間最小という規準から，各交差点の信号オフセット政策を決定する。しかしながら，O.D. 条件を考慮することは煩雑なので，交通をSingle Commodityとして扱う。

3．制御政策の決定　定式化の簡単のために図－1に示すような格子状街路網を考え，各交差点に番号を付す。そして記号を

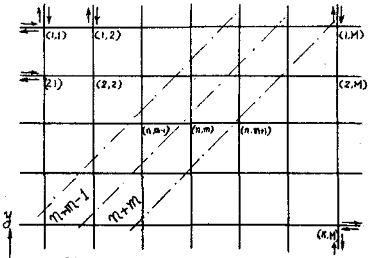

図-1　格子状街路網

${}^{h}x_1^{n,m}$；交差点(n,m)から交差点$(n,m+1)$へ向かう交通量
${}^{v}x_1^{n,m}$；交差点(n,m)から交差点$(n+1,m)$へ向かう交通量
${}^{h}x_2^{n,m}$，${}^{v}x_2^{n,m}$；それぞれ${}^{h}x_1^{n,m}$，${}^{v}x_1^{n,m}$の対向交通量
${}^{v}u_1^{0,m}$；交差点$(1,m)$に街路網の外部から流入する交通量，${}^{v}u_2^{0m}$；流出量
${}^{h}u_1^{n,0}$；交差点$(n,1)$　〃　，${}^{h}u_2^{n,0}$；　〃
${}^{v}u_2^{N,m}$；交差点(N,m)　〃　，${}^{v}u_1^{N,m}$；同じく流出交通量
${}^{h}u_2^{n,M}$；交差点(n,M)　〃　，${}^{h}u_1^{n,M}$；　〃
${}^{\nu}u_j^{n,m}$；交通量${}^{\nu}x_j^{n,m}$のうち交差点(n,m)で吸収される量（${}^{\nu}u_j^{n,m}\geq 0$ならば吸収，${}^{\nu}u_j^{n,m}<0$ならば発生）$\nu = h, v$；$j=1,2$
${}^{h}l^{n,m}$；交差点(n,m)と交差点$(n,m+1)$間の距離，${}^{v}l^{n,m}$；交差点(n,m)と交差点$(n+1,m)$間の距離
${}^{h}S_1^{n,m}$；交差点$(n,m-1)$から交差点(n,m)に向かう交通の直進率，${}^{h}L_1^{n,m}$；同じく左折率，${}^{h}R_1^{n,m}$；右折率
${}^{h}S_2^{n,m}$；交差点$(n,m+1)$　〃　，${}^{h}L_2^{n,m}$；　〃　，${}^{h}R_2^{n,m}$；　〃
${}^{v}S_1^{n,m}$；交差点$(n-1,m)$　〃　，${}^{v}L_1^{n,m}$；　〃　，${}^{v}R_1^{n,m}$；　〃
${}^{v}S_2^{n,m}$；交差点$(n+1,m)$　〃　，${}^{v}L_2^{n,m}$；　〃　，${}^{v}R_2^{n,m}$；　〃
${}^{h}\theta^{n,m}$；交差点(n,m)を基準とした交差点(n,m)，$(n,m+1)$間の相対オフセット，${}^{h}\theta^{n,m}+C$は${}^{h}\theta^{n,m}$と同義，C；周期
${}^{v}\theta^{n,m}$；同様に交差点(n,m)，$(n+1,m)$間の相対オフセット

このとき，各リンクで発生する走行所要時間損失が上記諸量の既知関数として，つぎのように表わさ

れるものとする。${}^{\nu}g_j^{n,m}({}^{\nu}\theta^{n,m}, {}^{\nu}x_j^{n,m}, {}^{\nu}l^{n,m})$; ${}^{\nu}x_j^{n,m}$ のリンク ${}^{\nu}l^{n,m}$ 上における通過所要時間，$\nu = h, v$; $j = 1, 2$

そうすると街路網全体で発生する総走行所要時間はつぎのようになる。

$$F \equiv \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left[\left\{{}^{h}g_1^{n,m}({}^{h}\theta^{n,m}, {}^{h}x_1^{n,m}, {}^{h}l^{n,m}) + {}^{h}g_2^{n,m}({}^{h}\theta^{n,m}, {}^{h}x_2^{n,m}, {}^{h}l^{n,m})\right\} + \left\{{}^{v}g_1^{n,m}({}^{v}\theta^{n,m}, {}^{v}x_1^{n,m}, {}^{v}l^{n,m}) + {}^{v}g_2^{n,m}({}^{v}\theta^{n,m}, {}^{v}x_2^{n,m}, {}^{v}l^{n,m})\right\}\right] \tag{1}$$

この F を目的関数とし，これを最小化ならしめるような各交差点の直進，右左折率およびオフセット政策を決定することが本研究の目的である。このためにわれわれは最大原理の応用を試みることにする。まず，新たな状態変数 x_3^{n+m} を導入し，それをつぎのように定義する。

$$x_3^{n+m} = x_3^{n+m-1} + \sum_{\xi,\eta \in \xi+\eta=n+m}\left[\left\{{}^{h}g_1^{\xi,\eta}({}^{h}\theta^{\xi,\eta}, {}^{h}x_1^{\xi,\eta}, {}^{h}l^{\xi,\eta}) + {}^{h}g_2^{\xi,\eta}({}^{h}\theta^{\xi,\eta}, {}^{h}x_2^{\xi,\eta}, {}^{h}l^{\xi,\eta})\right\} + \left\{{}^{v}g_1^{\xi,\eta}({}^{v}\theta^{\xi,\eta}, {}^{v}x_1^{\xi,\eta}, {}^{v}l^{\xi,\eta}) + {}^{v}g_2^{\xi,\eta}({}^{v}\theta^{\xi,\eta}, {}^{v}x_2^{\xi,\eta}, {}^{v}l^{\xi,\eta})\right\}\right] \tag{2}$$

上式において，Σ は $\xi+\eta = n+m$ となる ξ, η のあらゆる組み合わせについての総計を意味する。そうすると x_3^{n+m} は図－1 に示した街路網における対角線状の区間分けを多段過程の段階に対応させて考えたとき，2 段階から $(n+m)$ 段階までの発生総所要時間損失と解される。したがって，式(1)で与えられる目的関数は $x_3^{N+M}(= x^{N+M-1} + 0)$ のように 1 個の状態変数で表わされる。さて式(2)で与えられる状態方程式は状態変数となる ${}^{\nu}x_j^{\xi,\eta}$ $(\nu = h, v\ ; j = 1, 2)$ が $(n+m)$ 段階に属するものであるので，標準形にするために ${}^{\nu}x_j^{\xi,\eta}$ を $(n+m-1)$ 段階に属する状態変数で表現する必要がある。このためには以下のように交差点 (n, m) における交通量の連続条件式を用いればよい。すなわち

$$ {}^{h}x_1^{n,m} = {}^{v}L_2^{n,m}({}^{v}x_2^{n,m} - {}^{v}U_2^{n,m}) + {}^{h}S_1^{n,m}({}^{h}x_1^{n,m-1} - {}^{h}U^{n,m-1}) + {}^{v}L_1^{n,m}({}^{v}x_1^{n,m} - {}^{v}U_1^{n-1,m}) \tag{3}$$

$$ {}^{h}x_2^{n,m-1} = {}^{v}R_1^{n,m}({}^{v}x_1^{n-1,m} - {}^{v}U_1^{n-1,m}) + {}^{h}S_2^{n,m}({}^{h}x_2^{n,m} - {}^{h}U_2^{n,m}) + {}^{v}L_2^{n,m}({}^{v}x_2^{n,m} - {}^{v}U_2^{n,m}) \tag{4}$$

$$ {}^{v}x_2^{n-1,m} = {}^{v}S_2^{n,m}({}^{v}x_2^{n,m} - {}^{v}U_2^{n,m}) + {}^{h}L_1^{n,m}({}^{h}x_1^{n,m-1} - {}^{h}U_1^{n,m-1}) + {}^{h}R_2^{n,m}({}^{h}x_2^{n,m} - {}^{h}U_2^{n,m}) \tag{5}$$

$$ {}^{v}x_1^{n,m} = {}^{v}S_1^{n,m}({}^{v}x_1^{n-1,m} - {}^{v}U_1^{n-1,m}) + {}^{h}R_1^{n,m}({}^{h}x_1^{n,m-1} - {}^{h}U_1^{n,m-1}) + {}^{h}L_2^{n,m}({}^{h}x_2^{n,m} - {}^{h}U_2^{n,m}) \tag{6}$$

なる四つの等式が成立するので，たとえば ${}^{v}x_2^{n,m} = \{{}^{h}S_2^{n,m}({}^{v}x_2^{n-1,m} - {}^{v}U_2^{n-1,m}) - {}^{h}R_2^{n,m}({}^{h}x_2^{n,m-1} - {}^{h}U_2^{n,m-1}) + {}^{v}R_1^{n,m} \cdot {}^{h}R_2^{n,m}({}^{v}x_1^{n-1,m} - {}^{v}U_1^{n-1,m}) - {}^{h}L_1^{n,m} \cdot {}^{h}S_2^{n,m}({}^{h}x_1^{n,m-1} - {}^{h}U_1^{n,m-1})\} / ({}^{v}S_2^{n,m} \cdot {}^{h}S_2^{n,m} - {}^{v}L_2^{n,m} \cdot {}^{h}R_2^{n,m}) + {}^{v}U_2^{n,m}$ (7) のように，$(n+m)$ 段階のリンク上を流れる交通量（状態変数）は $(n+m-1)$ 段階の状態変数と $(n+m)$ 段階の直進，右左折率（操作変数）によって表わすことができる。そうすると $(n+m)$ 段階におけるハミルトニアン H^{n+m} は

$$H^{n+m} = \sum_{\xi,\eta \in \xi+\eta=n+m}\left\{({}^{h}Z_1^{\xi,\eta} \cdot {}^{h}x_1^{\xi,\eta} + {}^{h}Z_2^{\xi,\eta} \cdot {}^{h}x_2^{\xi,\eta}) + ({}^{v}Z_1^{\xi,\eta} \cdot {}^{v}x_1^{\xi,\eta} + {}^{v}Z_2^{\xi,\eta} \cdot {}^{v}x_2^{\xi,\eta})\right\} + Z_3^{n+m} \cdot x_3^{n+m}$$

上式の x_3^{n+m} に式(2)を，${}^{\nu}x_j^{\xi,\eta}$ $(\nu = h, v\ ; j = 1, 2)$ に式(3)～式(6)より式(7)のようにえられる値を代入すればハミルトニアン H^{n+m} は完全に記述される。ここに，Z_3^{n+m}，${}^{\nu}Z_j^{\xi,\eta}$ は補助変数であり，つぎのような関係式から求められる。 $Z_3^{n+m-1} = \partial H^{n+m} / \partial x_3^{n+m-1}$，${}^{h}Z_1^{n,m-1} = \partial H^{n+m} / \partial {}^{h}x_1^{n,m-1}$，${}^{h}Z_2^{n,m-1} = \partial H^{n+m} / \partial {}^{h}x_2^{n,m-1}$，${}^{v}Z_1^{n-1,m} = \partial H^{n+m} / \partial {}^{v}x_1^{n-1,m}$，${}^{v}Z_2^{n-1,m} = \partial H^{n+m} / \partial {}^{v}x_2^{n-1,m}$ ただし，$Z_3^{N+M} = 1$，${}^{h}Z_1^{N+M}$，${}^{h}Z_2^{N+M}$，${}^{v}Z_1^{N+M}$，${}^{v}Z_2^{N+M}$; 任意　このとき，ここで求めようとする各交差点の信号オフセットは H^{n+m} を最小にするような ${}^{\nu}\theta^{\xi,\eta}$ $(\nu = h, v\ ; \xi, \eta \in \xi+\eta = n+m)$ を見つけ出せばよいことになる。この場合，${}^{h}\theta^{n-1,m} + {}^{v}\theta^{n-1,m+1} = {}^{v}\theta^{n-1,m} + {}^{h}\theta^{n,m}$ なる条件を考慮する必要がある。なお，H^{n+m} の最小化の過程で，各交差点の分岐率と配分交通量が決定されることは言をまたない。

参考文献

1). 米谷栄二，奥谷巖；総待ち時間最小からみた面制御，土木学会関西支部年次講演概要，昭42.11月

2). 〃 ，〃 ；面制御に関する一考察，土木学会関西支部年次講演概要，昭和43年5月

3). 奥谷 巖；面制御に関する基礎的考察，交通工学 1968，No.4.

4). Tsung-chang Yang & Robert R. Snell, AM ASCE ; Traffic Assignment By the Max. Principle, J. of Highway Division