パーソントリップの交通機関配分に関する一考察

京都大学　正員　佐佐木 綱
日本道路公団　正員　○今坂 一郎

1　まえがき

最近，各交通機関別の交通需要量推定方式に代わって，交通を人の行動の現われとみるいわゆるパーソントリップ法による交通需要推定法が用いられるようになったが，この方法によるとパーソントリップの各交通機関への配分，すなわち各交通機関の利用分担率の決定（Modal Split）が重要な問題となる。しかし，現在のところこの分担率の決定に関しては決定的な手法がまだ開発されていないようである。そこで，ここでは確率論的な立場に立った1つの交通機関別分担率推定法を提案し，その定式化について述べる。

2　交通機関別分担率推定法の定式化

いま，パーソントリップのOD交通量が与えられているとし，これらを $TW_1, TW_2, \cdots, TW_k, \cdots, TW_K$ とする。Tは総トリップ数，W_k は k というODの構成ウェイトを表わし $\sum_{k=1}^{K} W_k = 1$ である。そして k というODに着目したとき，競合する交通機関が n_k 個存在する場合を考える。一般に各交通機関は1つのルートとみなせるので，以後これをルートと呼ぶ。OD k のルート r のトリップ数を x_k^r とし，ODが k のときルート r を通る確率（分担率）を m_k^r とすれば，

$$x_k^r = T W_k m_k^r \qquad (1)$$

$$\sum_{r=1}^{n_k} m_k^r = 1 \qquad (k = 1, 2, \cdots\cdots k) \qquad (2)$$

が成立する。そこで、総トリップ数TをOD k のルート r に x_k^r トリップずつ割り振る場合の同時確率を考えると，これは多項定理により

$$P = \frac{T!}{\prod_{k}\prod_{r}(x_k^r!)} \prod_{k,r} (m_k^{r\prime})^{x_k^r} \qquad (3)$$

ルート別交通量表

OD＼ルート	1	2	r	計
1				TW_1
2				TW_2
k			$TW_k m_k^r$	TW_k
K				TW_K

である。ただし，$m_k^{r\prime}$ は1人の人がOD k のルート r をとる確率であり，$\sum_{k,r} m_k^{r\prime} = 1$ となるものである。われわれは　この確率を指数モデルで

$$m_k^{r\prime} = \alpha w_k e^{-\gamma t_k^r} \qquad (4)$$

と仮定する。ここに α は規準化のための定数，γ は正の指数，t_k^r はOD k のルート r を通ったときの所要時間である。式(3)を最大にするような m_k^r が求まれば，これは確率的に最も起こり易いルート分担率が求まったことになる。式(3)の最大化はその対数をとったものの最大化と同義だから，式(3)に式(1),(4)を代入したものの対数をとり，スターリング公式 $\ln(x!) \doteqdot x\ln x - x$ を用いて変形し定数項を省くと，最大にすべき目的関数は

$$R_1 = -\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{n_k} w_k m_k^r \ln m_k^r - \gamma \sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{n_k} w_k m_k^r t_k^r \qquad (5)$$

となる。

いままでは所要時間 t_k^r は定数と考えてきたが，たとえば自動車交通を例にとれば，道路における自動車交通量の増加が所要時間の増大を招くという現象がみられる。そこで，この影響をある程度考慮したものとして，所要時間 t と交通量 x の関係を

$$t = \ell(ax + b) \tag{6}$$

のような線形の形で仮定することにする。ここに，ℓは対象道路区間長であり，a, bはその道路の幅員，路面の状態などの道路の幾何学的構造によって定まる定数である．式(6)を考慮した場合の目的関数は，

$$R_2 = -\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{n_k} w_k m_k^r \ln m_k^r - \lambda \sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{n_k} w_k m_k^r \Big[\sum_{ij \in k,r} {}^{ij}\ell \{ {}^{ij}a \sum_{k,r \in ij} T w_k m_k^r / \beta + {}^{ij}b \}\Big] \tag{7}$$

となる。ここに，ijは隣接するゾーンiとゾーンjを結ぶ道路区間を表わし，βは自動車の平均同乗者数(人/台)である。

さて，いままでルートと呼んでいたものはある種の交通機関であり，各交通機関にはそれぞれ施設の整備状況に応じた輸送力の制約が存在する。たとえば，自動車交通ならば道路の断面交通容量，発ゾーンの自動車保有台数，着ゾーンの駐車場容量などの制約である。これらの制約条件を式で表現すれば，

$$\sum_k \sum_r x_k^r \leqq C_i \qquad あるいは \qquad \sum_k \sum_r w_k m_k^r \leqq C_i' \tag{8}$$

となり，変数m_k^rに関する線形の不等式条件となる．ただし，$\sum_k \sum_r$はすべてのk，rに関する和でなく，右辺のC_iの意味によってそれぞれ異なるk，rの部分和を表わす。

以上のことから，われわれの目的は式(2)，式(8)の条件のもとで，式(7)を最大にするルート分担率m_k^rを求めることとなる。しかし，式(7)の第1項(エントロピーの項)が非線形であるため計算は極めて困難である．

3　2次計画法への近似

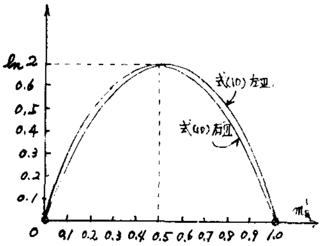
目的関数の式(7)の第1項を楕円放物面で近似することを考える．すなわち

$$-\sum_{r=1}^{n_k} m_k^r \ln m_k^r \fallingdotseq -\Big\{\frac{n_k}{n_k-1}\sum_{r=1}^{n_k}\Big(m_k^r - \frac{1}{n_k}\Big)^2 - 1\Big\} \ln n_k \tag{9}$$

と近似する。$r = 1, 2$の2次元の場合は，$m_k^2 = 1 - m_k^1$を用いると，

$$-\{m_k^1 \ln m_k^1 + (1-m_k^1)\ln(1-m_k^1)\} \fallingdotseq -\{4(m_k^1 - \tfrac{1}{2})^2 - 1\}\ln 2 \tag{10}$$

となり；右辺，左辺は共に$m_k^1 = \frac{1}{2}$ ($m_k^2 = \frac{1}{2}$)のとき最大値$\ln 2$をとり，$m_k^1 \to 0$あるいは$m_k^1 \to 1$のとき左辺$\to 0$，右辺$= 0$となる。これをグラフにプロットしたものを右図に示す。この図からエントロピーの項を楕円放物面で近似した場合でも，解の傾向はそれ程違わないといえよう。結局，問題は式(2)の線形の等式条件と式(8)の線形の不等式条件のもとで，2次の目的関数



$$R_3 = -\sum_{k=1}^{K} w_k \Big\{\frac{n_k}{n_k-1}\sum_{r=1}^{n_k}\Big(m_k^r - \frac{1}{n_k}\Big)^2\Big\}\ln n_k$$
$$\qquad - \lambda \sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{n_k} w_k m_k^r \Big[\sum_{ij \in k,r} {}^{ij}\ell \{ {}^{ij}a \sum_{k,r \in ij} T w_k m_k^r / \beta + {}^{ij}b \}\Big] \tag{11}$$

を最大にするようなm_k^rを求める問題となった。これはいわゆる2次計画の問題であり，2次計画法(Q.P)を用いて数値計算を行なうことができる。

4　あとがき

目的関数の式(7)を見ると，指数$\lambda = 0$のときは1つのODについて競合する各ルートの分担率が等しくなり，$\lambda = \infty$のときは交通機関網全体としての平均所要時間最小という輸送計画的な交通量配分となっており，現実のλはその中間の値をとるものと考えられる。

参考文献：佐佐木　綱「遷移確率法によるOD交通量の推定(エントロピー法)」道路，1966