

周囲に鉄筋を有するコンクリート長方形断面が非対称軸上に偏心荷重を受ける場合の断面応力計算法

大阪産業大学工学部 正員 武田英吉

1) 2方向偏心荷重の取扱い方

与えられた2方向偏心荷重 N がE点に作用するものとする。いまF点で $\pm N$ を考えれば偶力 $M_2 = Ne_2$ と1方向偏心荷重 $(N - e_1)$ が得られる。更にこの $(N - e_1)$ を $M_1 = Ne_1$ と中心軸荷重 N に置きかえることができる。結局図-1に

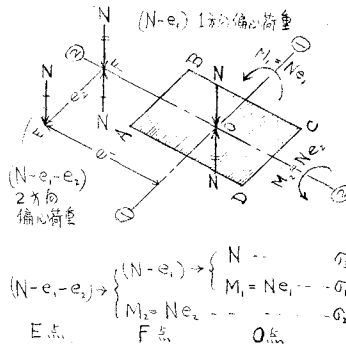


図-1

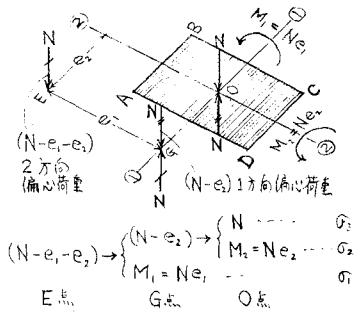


図-2

示す2方向偏心荷重 $(N - e_1 - e_2)$ の代りに M_2, M_1, N を考えればよいことになる。図-2はE点→G点→O点と N を移動させたものであるが $(N - e_1 - e_2)$ の作用は M_1, M_2, N の作用と等しくなる。したがって2方向偏心荷重を取扱うときは断面に働くふたつのモーメント M_1, M_2 および中心軸荷重 N を考え、おのおのの場合の断面応力度を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ として、これ等の合計を求めればよいことになる。そこでまず断面にモーメント M が作用するときの断面応力度の算式が必要になってくる。

2) 断面がモーメントだけを受けるときの解法

$d' = \gamma h$, $x = \eta h$, $A_{s1} = p_1 b h$, $A_{s2} = p_2 b h$, $\mu = A_{s2}/A_{s1} = p_2/p_1$ とすれば鉄筋全断面積は $2(A_{s1} + A_{s2})$ となる。断面に生ずる内力を

図-3に示すように考えれば

$$\begin{cases} C = \frac{k}{2} b h \sigma_c, & C' = n p_1 \frac{k-\gamma}{k} b h \sigma_c \\ C'' = n p_2 \frac{(k-\gamma)^2}{(1-2\gamma)k} b h \sigma_c \\ T' = n p_2 \frac{(1-\gamma-k)^2}{(1-2\gamma)k} b h \sigma_c \\ T = n p_1 \frac{1-\gamma-k}{k} b h \sigma_c \end{cases}$$

となる。次に $\Sigma H = 0$ により $C + C' + C'' - T - T' = 0$ となって $k^2 + 4n(1+\mu)p_1 \frac{(k-2n(1+\mu)p_1)}{k} = 0$ を得る。いま $2n(1+\mu)p_1 = \alpha$ とおけば前式は $k^2 + 2\alpha k - \alpha = 0$ となる。これから $k = \sqrt{\alpha^2 + \alpha} - \alpha$ ----- (1)

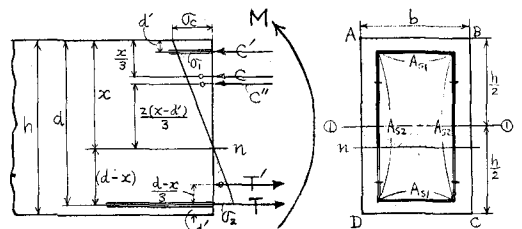


図-3

ここで $\alpha = 2n(1+\mu)p_1 = 2n(p_1 + p_2)$ ----- (2)

次に $\sigma_s = m\sigma_c$ すなわち $m = \sigma_s/\sigma_c$ とすれば

$(\sigma_s/n)/\sigma_c = (d-x)/x = (1-\gamma-k)/k$ の関係があるのでこれから次の式を得る。

$$m = \frac{n(1-\gamma-k)}{k} \text{ ----- (3)}$$

最後に T の上に原点をとって $\Sigma M = 0$ の条件から

$$M = C'(d-d') + C(d-\frac{x}{3}) + C''(\frac{2(x-d')}{3} + d+x) - T'\frac{d'-x}{3} \text{ となるから次式が得られる。}$$

$$\frac{M}{bh\sigma_c} = \frac{k}{6}(3-3\gamma-k) + \frac{np_1}{3(1-2\gamma)k} \left[3(1-2\gamma)^2(k-\gamma) + \mu_1\{(k-\gamma)^2(3-5\gamma-k) - (1-\gamma-k)^3\} \right] \text{ ----- (4)}$$

計算の順序は次のようにすればよい。(図-4参照)

まず $\alpha = 2n(p_1 + p_2)$ として

$$k = \sqrt{\alpha^2 + \alpha} - \alpha \text{ を求める。}$$

次に ①-①軸に關して

$$\begin{cases} \gamma_1 = d'_1/k_1 \\ p_1 = A_{s1}/b_1h_1 \\ \mu_1 = A_{s2}/A_{s1} \\ m_1 = n(1-\gamma_1-k)/k \end{cases}$$

②-②軸に關して

$$\begin{cases} \gamma_2 = d'_2/k_2 \\ p_2 = A_{s2}/b_2h_2 \\ \mu_2 = A_{s1}/A_{s2} \\ m_2 = n(1-\gamma_2-k)/k, \text{ 更に} \end{cases}$$

①-①軸に關して

$$\frac{M_1}{b_1h_1^2\sigma_{c1}} = \frac{k}{6}(3-3\gamma_1-k) + \frac{np_1}{3(1-2\gamma_1)k} \left[3(1-2\gamma_1)^2(k-\gamma_1) + \mu_1\{(k-\gamma_1)^2(3-5\gamma_1-k) - (1-\gamma_1-k)^3\} \right] = \beta_1$$

②-②軸に關して

$$\frac{M_2}{b_2h_2^2\sigma_{c2}} = \frac{k}{6}(3-3\gamma_2-k) + \frac{np_2}{3(1-2\gamma_2)k} \left[3(1-2\gamma_2)^2(k-\gamma_2) + \mu_2\{(k-\gamma_2)^2(3-5\gamma_2-k) - (1-\gamma_2-k)^3\} \right] = \beta_2$$

を計算すれば σ_{c1}, σ_{c2} が求まる。次に m_1, m_2 により $\sigma_{s1} = m_1\sigma_{c1}, \sigma_{s2} = m_2\sigma_{c2}$ が得られる。また中心軸荷重による断面応力は $bh = b_1h_1 = b_2h_2$ とし次式によつて求められる。

$$\begin{cases} \sigma_{c3} = \frac{N}{bh + 2n(A_{s1} + A_{s2})} \\ \sigma_{s3} = -n\sigma_{c3} \text{ (負号は圧縮を意味する)} \end{cases} \text{ ----- (5)}$$

したがつて 2 方向偏心荷重による断面応力計算式は次のようになる。

$$\begin{cases} \sigma_c = \sigma_{c1} + \sigma_{c2} + \sigma_{c3} \quad (A \text{ 点}) \\ \sigma_s = \sigma_{s1} + \sigma_{s2} + \sigma_{s3} \quad (C \text{ 点}) \end{cases} \text{ ----- (6)}$$

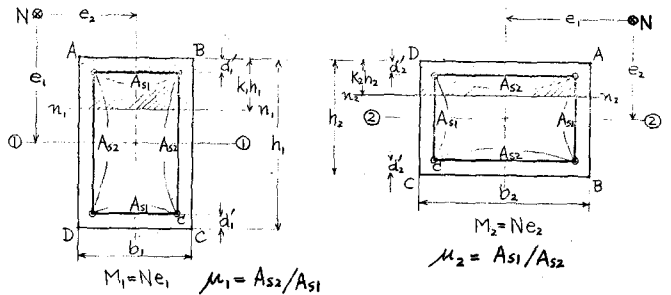


図-4

3) 計算例題

例題を用いて計算法の説明をする。図-5に示す断面が2方向偏心荷重として

$$\begin{cases} N = 457,000 \text{ kg} \\ e_1 = 30 \text{ cm} \\ e_2 = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

を受けるときの σ_c , σ_s を求めるところにする。まず

$$\begin{cases} A_{s1} = 8-D29 = 51.39 \text{ cm}^2 \\ A_{s2} = 16-D29 = 102.78 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \gamma_1 = d_1'/h_1 = 9/180 = 0.05 \\ p_1 = A_{s1}/b_1 h_1 = 51.39/100 \times 180 = 0.00286 \\ \mu_1 = A_{s2}/A_{s1} = 102.78/51.39 = 2.0 \end{cases}, \begin{cases} \gamma_2 = d_2'/h_2 = 10/100 = 0.10 \\ p_2 = A_{s2}/b_2 h_2 = 102.78/180 \times 100 = 0.00571 \\ \mu_2 = A_{s1}/A_{s2} = 51.39/102.78 = 0.5 \end{cases}$$

$$\alpha = 2n(p_1 + p_2) = 2 \times 15(0.00286 + 0.00571) = 0.257$$

$$k = \sqrt{\alpha^2 + \alpha} - \alpha = \sqrt{0.257^2 + 0.257} - 0.257 = 0.311$$

$$\begin{cases} m_1 = n(1 - \gamma_1 - k)/k = 15(1 - 0.05 - 0.311)/0.311 = 30.8 \\ m_2 = n(1 - \gamma_2 - k)/k = 15(1 - 0.10 - 0.311)/0.311 = 28.4 \end{cases}$$

$$x_1 = k h_1 = 0.311 \times 180 = 56.0 \text{ cm}, \quad x_2 = k h_2 = 0.311 \times 100 = 31.1 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = \frac{M_1}{b_1 h_1^2 \sigma_{c1}} = \frac{0.311}{6} (3 - 3 \times 0.05 - 0.311) + \frac{15 \times 0.00286}{3(1 - 2 \times 0.05) \times 0.311} \left[3(1 - 2 \times 0.05)^2 (0.311 - 0.05) + 2 \{ (0.311 - 0.05)^2 (3 - 5 \times 0.05 - 0.311) - (1 - 0.05 - 0.311)^3 \} \right] = 0.1543$$

$$M_1 = N e_1 = 457,000 \times 30 \text{ であるから}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{c1} &= \frac{M_1}{b_1 h_1^2 \beta_1} = \frac{457,000 \times 30}{100 \times 180^2 \times 0.1543} = 27.4 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{s1} &= m_1 \sigma_{c1} = 30.8 \times 27.4 = 84.4 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right\} \text{----- (7)}$$

$$\beta_2 = \frac{M_2}{b_2 h_2^2 \sigma_{c2}} = \frac{0.311}{6} (3 - 3 \times 0.10 - 0.311) + \frac{15 \times 0.00571}{3(1 - 2 \times 0.10) \times 0.311} \left[3(1 - 2 \times 0.10)^2 (0.311 - 0.10) + 0.5 \{ (0.311 - 0.10)^2 (3 - 5 \times 0.10 - 0.311) - (1 - 0.10 - 0.311)^3 \} \right] = 0.1642$$

$$M_2 = N e_2 = 457,000 \times 20 \text{ であるから}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{c2} &= \frac{M_2}{b_2 h_2^2 \beta_2} = \frac{457,000 \times 20}{100 \times 180^2 \times 0.1642} = 30.9 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{s2} &= m_2 \sigma_{c2} = 28.4 \times 30.9 = 87.8 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right\} \text{----- (8)}$$

$$N = 457,000 \text{ kg により}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{c3} &= \frac{N}{b h + 2n(A_{s1} + A_{s2})} = \frac{457,000}{100 \times 180 + 2 \times 15(51.39 + 102.78)} = 20.2 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{s3} &= -n \sigma_{c3} = -15 \times 20.2 = -30.4 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{一は圧縮を意味する}) \end{aligned} \right\} \text{----- (9)}$$

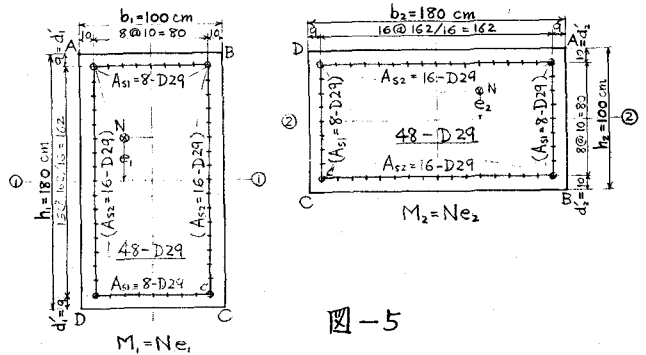


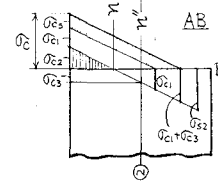
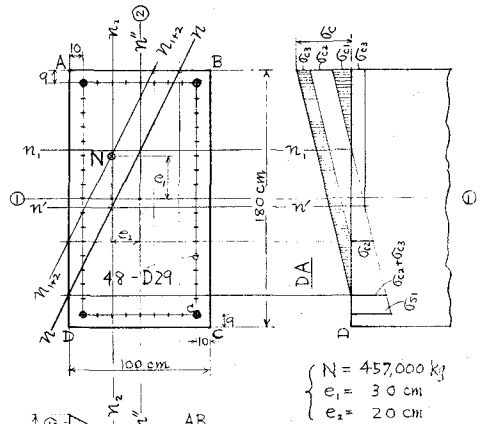
図-5

4) 中立軸の求め方

このページの右上の図を図-6とし、左下の図を図-7、右下の図を図-8とすれば図-6は例題の答(7),(8),(9)を用いて中立軸を求めたものである。このとき $M_1 = Ne_1$, $M_2 = Ne_2$ の $M_1 + M_2$ が作用したときの中立軸は $n_1 + n_2 - n_{1+2}$ であり, $M_1 + M_2 + N$ が作用したときの中立軸は $n - n'$ である。また $n' - n'$ は1方向偏心荷重 ($N - e_1$) が働いたとき, すなわち M_1 と N が断面に働いたときの中立軸となる。

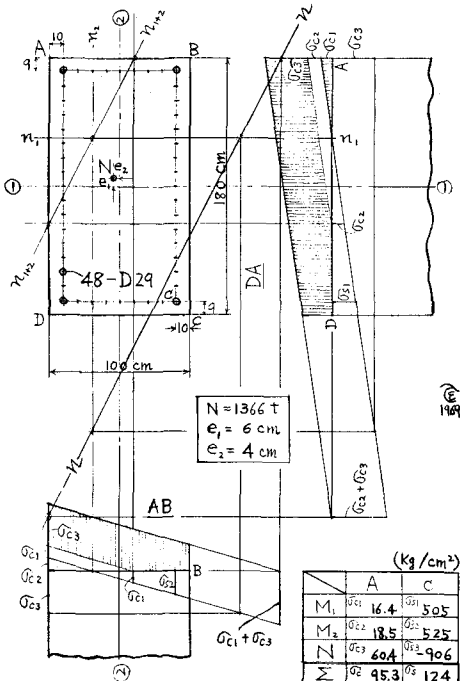
$n_1 - n_1$ と $n' - n'$ との交点および $n_2 - n_2$ と $n' - n'$ との交点は $n - n$ 上になければならない。AB上, AD上に点を求めれば $n_{1+2} - n_{1+2}$ 上で3点, $n - n$ 上で4点を得るから中立軸の作図法の正誤を判断することができる。

図-7 は N, e_1, e_2 の異なるときの図を示し, 図-8 は正方形断面に2方向偏心荷重が作用したときの結果を示したものである。

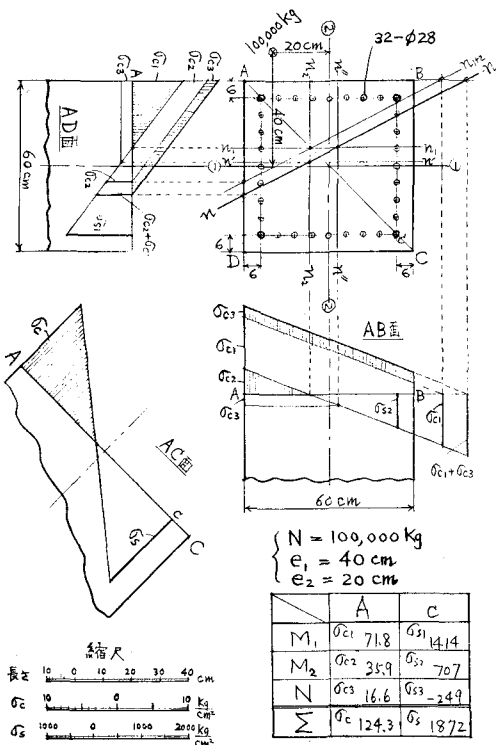


	A	C
M_1	$\sigma_{c1} 27.4$	$\sigma_{s1} 8.44$
M_2	$\sigma_{c2} 30.9$	$\sigma_{s2} 8.78$
N	$\sigma_{c3} 20.2$	$\sigma_{s3} -30.4$
Σ	$\sigma_c 78.5$	$\sigma_s 14.18$

$$\begin{aligned} n_1 - n_1 &\dots M_1 \dots \sigma_{c1} = 0 & n' - n' &\dots M_1 + N \dots \sigma_{c1} + \sigma_{c3} = 0 \\ n_2 - n_2 &\dots M_2 \dots \sigma_{c2} = 0 & n'' - n'' &\dots M_2 + N \dots \sigma_{c2} + \sigma_{c3} = 0 \\ n_{1+2} - n_{1+2} &\dots M_1 + M_2 \dots \sigma_{c1} + \sigma_{c2} = 0 & n - n &\dots M_1 + M_2 + N \dots \sigma_{c1} + \sigma_{c2} + \sigma_{c3} = 0 \end{aligned}$$



	A	C
M_1	$\sigma_{c1} 16.4$	$\sigma_{s1} 505$
M_2	$\sigma_{c2} 18.5$	$\sigma_{s2} 525$
N	$\sigma_{c3} 60.4$	$\sigma_{s3} -906$
Σ	$\sigma_c 95.3$	$\sigma_s 124$



	A	C
M_1	$\sigma_{c1} 71.8$	$\sigma_{s1} 141.4$
M_2	$\sigma_{c2} 35.9$	$\sigma_{s2} 70.7$
N	$\sigma_{c3} 16.6$	$\sigma_{s3} -24.9$
Σ	$\sigma_c 124.3$	$\sigma_s 187.2$