

プレテンションP.C部材の定着部応力の理論的考察

神戸大学工学部

正員 藤 井 学

香川県庁

梶 村 雄 佑

・ 綾 子 広

§1. まえがき

従来コンクリート部材を弾性体と仮定した接触圧はコンクリートの半径方向圧縮力と接線方向引張応力が等しく、コンクリートの引張強度を過大評価しなければならないという不都合が生じる。そこで、本研究はこのコンクリートの引張強度の過大評価を避けるために、コンクリート部材に塑性域を導入して接触圧を求めた。

§2. 計算の仮定

コンクリート断面にプレストレスを導入されると、任意の断面において、図-1に示すように弾性域と塑性域が共存するものとする。ここで、コンクリートの弾性域および鋼材は弾性体と仮定する。

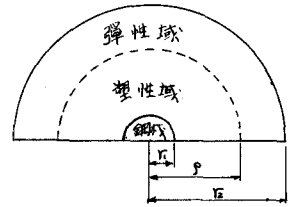


図-1 計算の仮定

§3. 全域が弾性体の場合の接触圧

作用する内圧が小さい間は、図-1に示した断面全域は弾性体として挙動するものと思われる。

$$3.1 \text{ 基礎式: 半径方向のつりあい式} \quad \sigma_r - \sigma_\theta - r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (1)$$

半径方向の変位 u について次の微分方程式を得て、その解は(2)式となる。

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + r \frac{du}{dr} - u = 0 \quad u = C_1 r + C_2 / r \quad (2)$$

したがって、応力は次のようになる。

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu} \left\{ C_1 (1+\nu) + \frac{C_2}{r^2} (1-\nu) \right\} + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_\theta, \quad \sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu} \left\{ C_1 (1+\nu) - \frac{C_2}{r^2} (1-\nu) \right\} + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_r \quad (3)$$

3.2 変位: 鋼材およびコンクリートの応力状態を図-2に示す。

(1) 鋼材の変位: 鋼材とコンクリートの接触面における鋼材の半径方向の変位は(2)式を用いて次のようになる。

$$u_s = C_1 r_i = \frac{r_i}{E_s} \left\{ (\sigma_{s1} - \sigma_{s2}) \nu_s - (1 - \nu_s) p_r \right\} \quad (4)$$

(2) コンクリートの変位: 軸方向には $\sigma_{s2} = -A_s/A_c \sigma_{s2} = -R \sigma_{s2}$ が作用し、半径方向には図-2に示すように接触圧 p_r が作用していることから、半径方向の変位は次のようになる。

$$u_c = \frac{r_i^2}{E_c (\sigma_s^2 - r_i^2)} \left\{ (1 - \nu_c) r_i + (1 + \nu_c) \frac{r_i^2}{r} \right\} p_r + R r_i \frac{\nu_c \sigma_{s2}}{E_c} \quad (5)$$

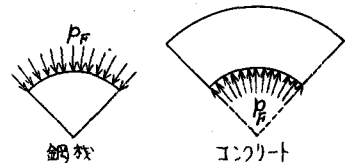


図-2 鋼材、コンクリートの応力状態 (全域弾性体)

3.3 コンクリートの外径が有限の場合: 適合条件として、鋼材とコンクリートの半径方向の変位は等しいことから、接触圧 p_r は(6)式で与えられる。なお、 $\rho = r_i/r$ である。

$$p_r = \frac{\nu_s \sigma_{s1} - (\nu_s + R \nu_c) \sigma_{s2}}{n \{ (1 - \nu_c) + (1 + \nu_c) \rho^2 \} / (\rho^2 - 1) + 1 - \nu_s} \quad (6)$$

§4. 弾塑性両域が共存する場合

接触面に作用する内圧がさらに増加すると、塑性域は図-1に示すように、接触面より外径に向かって拡大してゆく。いま、内圧 p_0 が作用しているときの弾塑性域の境界半径を ρ とする。

4.1 降伏条件：降伏条件としては、最大せん断応力説を用いた。いま、破壊包絡線を図-3の直線のよに仮定すると、破壊包絡線は(7)式で、降伏条件は(8)式で与えられる。なお、 $m = -\sigma_{co}/\sigma_{to}$ とする。

$$\tau = \sigma_0 - \sigma \tan \phi = \frac{\sqrt{m}}{2} \sigma_{to} - \left(\frac{\sigma_t + \sigma_r}{2} + \frac{\sigma_t - \sigma_r}{2} \frac{m-1}{m+1} \right) \frac{m-1}{2\sqrt{m}} \quad (7)$$

$$m \sigma_{to} + \sigma_r = m \sigma_t \quad (8)$$

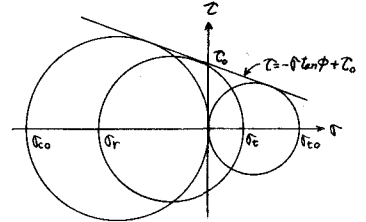


図-3 応力と破壊包絡線

4.2 基礎式：コンクリートの応力状態を図-4に示す。

式(8)を式(1)に代入すると(9)式の微分方程式となる。

$$\frac{dr}{r} = \frac{m d\sigma_r}{m \sigma_{to} + (1-m)\sigma_r} \quad (9)$$

その解より、塑性域の応力は(10)式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{m}{m-1} (m \sigma_{to} - C r^{\frac{m-1}{m}}) \\ \sigma_t &= \frac{1}{(m-1)m} (m^2 \sigma_{to} - C r^{\frac{m-1}{m}}) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

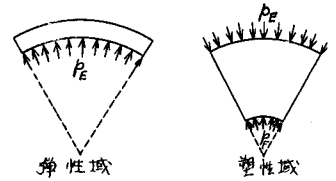


図-4 コンクリートの応力状態

ところで、塑性域の積分常数 C 、弾性域の積分常数 C_1 、

C_2 を決定するための境界条件は次のものである。

- 1) $r = \rho$ において、弾性域の各応力は(8)式をみたす。
 - 2) $r = \rho$ において、弾塑性域の σ_r は等しい。
 - 3) $r = r_2$ において、弾性域の σ_r は 0。
 - 4) $r = r_1$ において $\sigma_r = -p_0$ (塑性域の σ_r)
- したがって、各域の応力は次のようになる。

$$\text{弾性域} \quad \sigma_t = \frac{m \sigma_{to}}{(m-1)(\frac{p}{r_1})^2 + (m+1)} \left\{ \left(\frac{\rho}{r_2} \right)^2 + \left(\frac{\rho}{r} \right)^2 \right\}, \quad \sigma_r = \frac{m \sigma_{to}}{(m-1)(\frac{p}{r_1})^2 + (m+1)} \left\{ \left(\frac{\rho}{r_2} \right)^2 - \left(\frac{\rho}{r} \right)^2 \right\} \quad (11)$$

$$\text{塑性域} \quad \sigma_t = \frac{m}{m-1} \left\{ 1 - \frac{2}{(m-1)(\frac{p}{r_1})^2 + (m+1)} \left(\frac{\rho}{r} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right\} \sigma_{to}, \quad \sigma_r = \frac{m}{m-1} \left\{ 1 - \frac{2m}{(m-1)(\frac{p}{r_1})^2 + (m+1)} \left(\frac{\rho}{r} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right\} \sigma_{to} \quad (12)$$

4.3 変位

(1) 鋼鉄の変位：弾性体より、(2)式を用いて、変位は次のようになる。

$$U_s = \frac{r_1}{E_s} \left[(\sigma_{s1} - \sigma_{s2}) \nu_s - (1 - \nu_s) \frac{m}{m-1} \sigma_{to} \left\{ \left(\frac{\rho}{r_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - \frac{2m}{(m-1)(\frac{p}{r_1})^2 + (m+1)} - 1 \right\} \right] \quad (13)$$

(2) コンクリートの変位：コンクリートの変位はコンクリートを非圧縮性、平面ひずみとすると、変位は次のようになる。

$$U_c = \frac{p}{E_c} \left[k \nu_c \sigma_{s2} + \frac{m \sigma_{to}}{(m-1)(\frac{p}{r_1})^2 + (m+1)} \left\{ \left(\frac{\rho}{r_1} \right)^2 (1 - \nu_c) + (1 + \nu_c) \right\} \right] \frac{p}{r_1} \quad (14)$$

4.4 コンクリートの外径が有限の場合：適合条件として、半径方向の変位が等しいことから、(13)式と(14)式より次式をうる。ここで、 $\alpha = p/r_1$ 、 $n = E_s/E_c$ とし、 $m-1/m \approx 1$ とする。

$$n \left\{ (1 - \nu_c) m (m-1) \sigma_{to} + (m-1)^2 k \nu_c \sigma_{s2} \right\} \alpha^d + \left\{ k \nu_c \sigma_{s2} (m^2 - 1) + (1 + \nu_c) m (m-1) \sigma_{to} \right\} n \beta^2 - (\sigma_{s1} - \sigma_{s2}) \nu_s (m-1)^2 - (1 - \nu_s) m (m-1) \sigma_{to} \left\{ \alpha^2 + (1 - \nu_s) 2 m^2 \beta^2 \sigma_{to} \alpha - \left\{ (\sigma_{s1} - \sigma_{s2}) \nu_s (m^2 - 1) + (1 - \nu_s) m (m+1) m \sigma_{to} \right\} \beta^2 \right\} = 0 \quad (15)$$

また、接触圧 p_F は次のようになる。

$$p_F = \frac{m}{m-1} \left\{ \frac{2m\beta^2}{(m+1)\beta^2 + (m-1)\alpha^2} \alpha - 1 \right\} \sigma_{c0} \quad (16)$$

§5. 理論式の検討

コンクリートの引張強度の過大評価を避けるために塑性域を導入した場合の接触圧理論式を具体的に計算を行ない、その吟味を行なった。使用した数値は次のとおりである。

$$r_1 = 2.5 \text{ mm}, \quad r_2 = 28.2 \text{ mm}, \quad \beta = 11.28$$

$$E_s = 2.0 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2, \quad E_c = 2.83 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\mu = \frac{E_s}{E_c} E_c = 7.067, \quad \nu_c = 0.2, \quad \nu_b = 0.3$$

$$\sigma_{s0} = 10000 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{c0} = 30, 40, 50 \text{ kg/cm}^2, \quad m = -(\sigma_s/\sigma_c) = 10, \quad R = A_s/A_c = 7.919 \times 10^{-3}$$

以上の数値を用いて、具体的な計算結果を表-1に示す。本計算式によると、弾性理論よりかなり低い値であることがわかる。すなわち、 $\beta = 11.28$ の場合、弾性理論の50~60%の値を示しており、プレスストレス導入時のコンクリート引張強度が30 kg/cm²の場合、 p_F は弾性理論の約50%である。一方、塑性域のひびわれにひびわれ領域を導入した場合の接触圧理論⁽¹⁾より得られる接触圧を表-1の「ひびわれの場合」に示している。ここで、 r_c はひびわれ発生までの半径である。表-1より、枝端における接触圧はひびわれ域導入の場合が最も小さく、次に塑性域を導入した場合である。このことから、プレテンションP.C部材のプレスストレス導入時に、ひびわれ域と塑性域およびその外側に弾性域が存在するものと思われる。

また、 $\beta = 11.28$ と $\beta = \infty$ とを比較すると、弾性理論では両者にはほとんど差は認められないが、本計算式によると、 $\beta = 11.28$ の場合の接触圧は $\beta = \infty$ のそれの85~90%の値をとっている。このことより、 $\beta \geq 5$ 部材を無限大と考えてよいと弾性理論ではなっているけれども、本計算手法によると $\beta \geq 10$ において、部材を無限大と考えてよいと思われる。

表-1 枝端における接触圧(p_F)の比較

$\beta (=r_2/r_1)$	σ_{c0} (kg/cm ²)	本計算式(式17)		ひびわれの場合		弾性解	本計算式	ひびわれ時
		$\alpha (=r_2/r_1)$	p_F (kg/cm ²)	$\alpha (=r_2/r_1)$	p_F (kg/cm ²)	p_F (kg/cm ²)	弾性解	弾性解
∞	30	3.54	182	4.91	147	327	0.557	0.449
	40	3.15	210	3.96	158		0.642	0.483
	50	2.82	229	3.38	169		0.700	0.517
11.28	30	3.50	163	7.21	92	323	0.505	0.285
	40	3.01	184	4.60	131		0.568	0.406
	50	2.65	198	3.70	149		0.612	0.461

参考文献

- (1) 藤井 学 “P.C定着長決定法に関する一考察”

土木学会関西支部学術講演会，昭42.11.