

粘土の「応力-変形」の挙動について

京都大学防災研究所 正員 村山胡郎

国 鉄 正員 ○森沢雅正

1. まえがき 粘土の応力変形の挙動は時間とか温度に影響され、いわゆるレオロジー的な特性をもっている。22では粘弾性理論の特性関数を用いて、正規圧密粘土の非排水クリープ応力緩和試験における応力変形の挙動を有効応力の面より考察してみた。

2. 線型粘弾性の理論 線型粘弾性材料に応力 $\sigma(t)$ とかひずみ $\varepsilon(t)$ を作用させたときのひずみ、応力の応答はそれぞれを合わせの理論から

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E_0} \sigma(t) + \int_0^t g(t-t') \sigma(t') dt' + \frac{1}{\eta_0} \int_0^t \sigma(t') dt' \quad (1)$$

$$\sigma(t) = E_0 \varepsilon(t) + \int_0^t k(t-t') \varepsilon(t') dt' \quad (2)$$

と表わされ $g(t)$, $h(t)$ をそれぞれクリープコンプライアンス、緩和弾性率とすると $g(t)$, $k(t)$ は

$$g(t) = df(t)/dt, \quad k(t) = dh(t)/dt \quad (3)$$

$g(t)$ とか $k(t)$ が与えられ、 E_0 , E_0 , η_0 などの定数が決定できれば材料の力学的性質がわかったことになるから、これらの $g(t)$, $k(t)$ を特性関数と考える。一般化フークト模型と一般化マックスウェル模型を考えそれらの分布関数あるいはスペクトルを考えるとそれらは $g(t)$, $k(t)$ と数学的に変換できるからこれらの重ね合わせの理論と一般化フークト模型あるいは一般化マックスウェル模型とは等価であるといえる。したがって22では材料の性質を表わすスペクトルとして

$$J(\tau) = [g(t)]_{t=\tau}, \quad E(\tau) = [k(t)]_{t=\tau} \quad (4)$$

を用い実際には $J(\tau)$, $E(\tau)$ を $\log \tau$ 軸に対してプロットした $J(\log \tau)$, $E(\log \tau)$ をスペクトルと呼ぶことにする。これらの $J(\tau)$ と $E(\tau)$ の間には関係式が存在し一般化フークト模型と一般化マックスウェルモデル、または(1)式と(2)式は等価なものである。いま

$$\bar{f}(t) = \frac{1}{E_0} + f(t) + \frac{1}{\eta_0}, \quad \bar{h}(t) = E_0 + h(t) \quad (5)$$

とすれば $f(t)$ と $h(t)$ の間には次のボッテラ種の積分方程式が得られる。

$$\int_0^t \bar{h}(t-t') \bar{f}(t') dt' = t \quad (6)$$

3. 実験結果 圧密圧力 $\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ の試料にクリープ応力 $\sigma_d = 0.18 \text{ kg/cm}^2$ 、緩和ひずみ $\varepsilon = 0.18 \%$ を与えた試験結果を(6)式により比較すると図-1に示すように100分まではよく一致する。このとき σ_m の変化も100分近くまで両試験とも同じような値で変化しており100分を過ぎたところからクリープにおける σ_m の減少が大きくなりそれと同時にこれらの曲線は一致しなくなることが認められた。 $\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ の試料にそれぞれ異なるクリープ応力 σ_d を作用させた結果をスペクトル表示したものが図-2である。

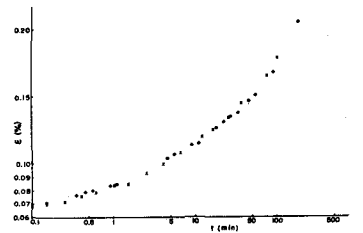


図-1 (6)式の検証

○クリープ試験の実測値

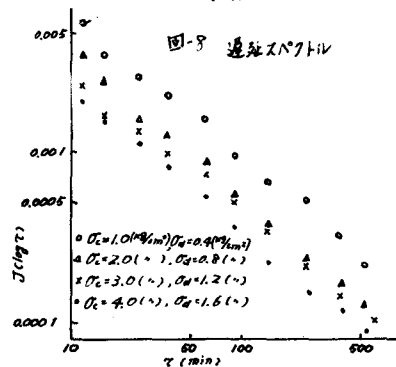
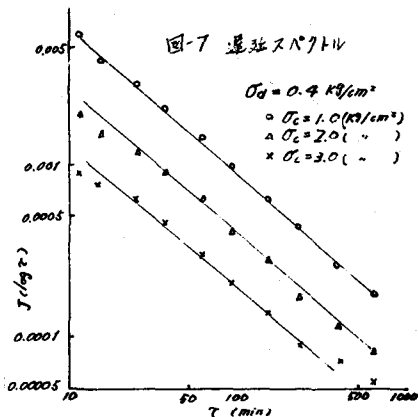
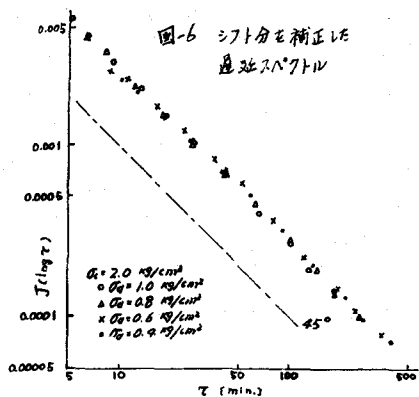
×応力緩和試験の実測値を変換した値

$$\Delta \log \tau = -Q_s \Delta \sigma_m' \quad (\Delta \sigma_m' = \sigma_m' - \sigma_c) \quad (7)$$

なる線型性が近似できるとして図-2の遅延スペクトルを観測した $\Delta \sigma_m'$ によりシフトされた分だけ補正したものが図-6のスペクトルである。このとき用いた Q_s は 0.96 である。次に $\sigma_c = 0.4 \text{ kg/cm}^2$ と $Q_c = 1.0$, 2.0, 3.0 kg/cm^2 で圧縮した試料に作用させたときの遅延スペクトルは図-7である。これらのスペクトルはほぼ平行でありもし $\Delta \sigma_c$ に対するシフト量を

$$\Delta \log \tau = Q_c \Delta \sigma_c \quad (\Delta \sigma_c = \sigma_c - \sigma_{c0}) \quad (8)$$

と仮定すれば Q_c は約 0.34 が得られる。図-7のスペクトルも $\Delta \sigma_m'$ によりシフトされているのであろうがこれらのせん断の $\Delta \sigma_m'$ はみな同じような値であり Q_c の値は $\Delta \sigma_m'$ によって補正を行わずに求めても大差はない。以上により本試料の Q_c と Q_s の値が求められたので任意の応力で圧縮し任意の応力でクリープ試験を行なったときのスペクトルが解析できる。図-8は各種の応力状態でのクリープ試験の結果のスペクトル表示である。これらのスペクトルを(7)式にしたがって $Q_s = 0.96$ を用いてシフトされた分を補正したものが図-9に示すスペクトルである。これらのスペクトルの間隔が圧縮圧力 σ_c の影響によるものと考えられその結果はほぼ等間隔となっており(8)式が2の程度の圧縮圧力の差においては有効であることがわかる。そしてこの結果から得られる Q_c の値もときに求めて $Q_c = 0.34$ とほぼ等しい値を得ている。特徴的なのは $\Delta \sigma_m'$, $\Delta \sigma_c$ によりシフトされた分を補正したスペクトルは図-6に示すように勾配が 45° を有するスペクトルとなつてゐることである。スペクトルが 45° を有する直線となつてゐることはスペクトルがシフトされないような状態においては $\varepsilon - \log t$ 関係が直線関係のいわゆる箱型スペクトルである。三軸クリープ試験においては図-10に示すように $\varepsilon - \log t$ の関係は直線とはならず上に凸の曲線となるのは、このようなシフトの仮定が正しいとするならば σ_m' の変化がいわゆるグライテンシー効果により有効応力的に材料が弱くなつてゆくためであるの推測できる。したがって長期のクリープでは長期の一次元圧縮において σ_m' の変化がせん断中にほとんど生じなくなる状態でのクリープ特性は箱型スペクトルの $\varepsilon - \log t$ の直線関係が観測されるであらう。また粘土の非線型性もこのように考えられ温度と同じような状態量と類似と考えられる σ_m' がそれぞれのクリープ試験において異なるために観測される現象である



粘土がもし線型粘弾性的な物質であればこれらのスペクトルは一致せねばならない。しかし結果によると σ_m が大きい程(この時 σ_m は小さい)図上で右側にシフトされたようなスペクトルとなっている。応力緩和の結果をスペクトル表示したものが図-3であり σ_m が大きい程(このとき σ_m は小さい)左側にシフトされたようなスペクトルが得られる。ここで飯田⁽¹⁾ のレオロジーテスト(一軸)の結果をスペクトル表示したものが図-4、図-5であり遅延スペクトルは温度が高い程右側にシフトされ緩和スペクトルは逆に左側にシフトされている。すなわち粘土(正規)においては温度が高い状態と σ_m が小さい状態とが定性的に同じ傾向のスペクトルとなっていることがわかる。(6)式は温度が一定の場合に成立することを考えれば遅延スペクトルと緩和スペクトルのシフトの方向が逆の傾向であるのは明白である。いま一つの仮定をする。 σ_m の変形に及ぼす影響は温度が変形に及ぼす影響と定性的に同じであり、 σ_m のちがいによりスペクトルが時間軸に平行にシフトされるために粘土の変形特性が非線型として観測される。

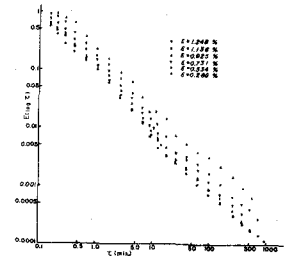
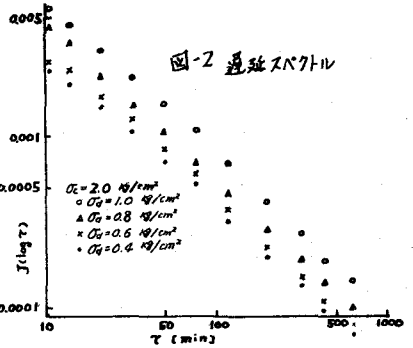


図-3 緩和スペクトル

このシフトの仮定は次のことから推測できる。(1) *Cakmak*⁽²⁾ が「等圧的に単純な物質」と名づけたように粘土はクリープ時の圧縮圧力が大きいほど左側に遅延スペクトルがシフトされる。圧縮圧力とせん断中の σ_m とが定性的に同様の影響と変形に及ぼすと考えれば σ_c が小さい状態と σ_m が小さい状態は傾向が同一である。

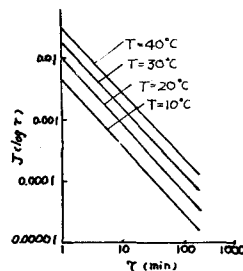


図-4 遅延スペクトル (飯田)

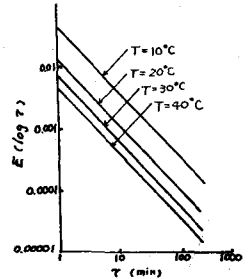


図-5 緩和スペクトル (飯田)

(2) 高分子材料の中に温度によってスペクトルが時間軸に平行にシフトされるため

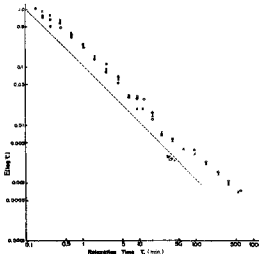
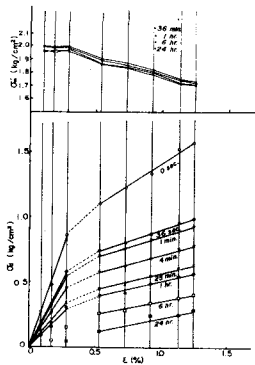
ゆる「熱レオロジー的に単純な物質」と呼ばれるものがあり粘土においてもこのようなスペクトルを考えたとき温度によって σ_m によってシフトの現象が生じている。(3) これらのシフト量はみかけの活性化エネルギーと密接な関係があり粘土においても *Mitchell*⁽³⁾ が指摘したように σ_m と温度とが同じような形でみかけの活性化エネルギーに影響を及ぼす。(4) *Bishop*⁽⁴⁾ の非水クリープの結果をスペクトル表示すると時間の長いところで非排水クリープのスペクトルとはシフトの方向が逆でありこれは有効応力で考えれば材料が強くなる方向と弱くなる方向の違いであり σ_m と σ_c によるシフトを考えれば有効に論じらると思われる。高分子材料におけるシフトの量 $\Delta \log \tau$ は温度差 ΔT とは比例関係にはない。 σ_m によるシフト量も比例関係にはないと考えられるが一応近似として $\Delta \sigma_m$ が小さいときには

と思われる。確かに応力緩和試験においては図-11に示すように σ_m が時間的に同じように変化している部分では応力-ひずみ関係の線型性が成立している。クリープ試験においては応力の非常に小さい領域では従来下限降伏値で表わされたように他とは異なるひずみ応答を示すがこれらの下限降伏値は粘土のダイラタンシー特性が応力やひずみの非常に小さい領域では他とは異なる挙動を示すためと考えられる。

緩和スペクトルにおいては図-11に示した応力の小さいところの線型部分では図-12に示すようにほぼ一つの曲線となっており非線型の部分では図-13に示したように時間軸に関してシフトされたようなスペクトルを得ている。これらを(7)式と同様に

$$\Delta \log \tau = b_s \Delta \sigma_m \quad (9)$$

を仮定してシフトされた分を補正したものが図-13である。これらも $\varepsilon = 0.925\%$ のスペクトルを除いてほぼ一つの曲線となりこのときの b_s は約 0.90 であった。



↑ 図-12 線型部分の緩和スペクトル

← 図-11 応力緩和試験の応力-ひずみ関係

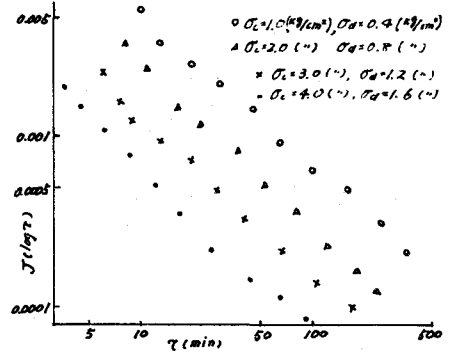


図-9 シフトを補正した緩和スペクトル

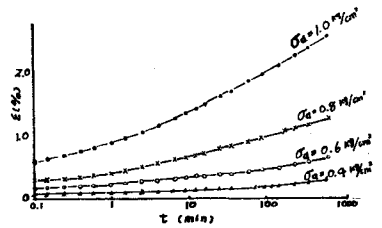


図-10 クリープ曲線

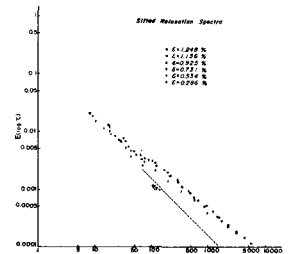


図-13 シフトを補正した緩和スペクトル

このスペクトルは直線ではなくレカも初期を除いて45°とはなっていない。これは応力緩和シリーズの実験に用いた再圧密粘土は若干不飽和であり装置の都合でこの試験ではバックプレッシャーをかけなかったことが影響しているものと思われる。確かにこの応力緩和試験においてはひずみレベルの低いところでは緩和弾性率が0とわかることが観測されたり観測時間中に閉じ込め水圧が減少しておりこれは不飽和を裏付けていると思われる。

参考文献

- (1) 飯田邦雄 "粘土のレオロジー特性に関する23の研究" 粘土論2101 (1966)
- (2) Cakmak A.S. "Shift Function for Hydro-rheologically - Simple Clays" private paper (1968)
- (3) Mitchell J.K. "Shear Resistance of Soils as a Rate Process" A.S.C.E. SM1 Vol 90 (1964)
- (4) Bishop A.W. "The Strength of Soils as Engineering Materials" 6th Rankine Lecture Geotog. Vol 16 (1966)