水需要構造の因子分析的研究

京都大学工学部　正会員　工博　　末石 冨太郎
京都大学工学部　正会員　工修　○山 田 淳
名 古 屋 市　正会員　　　　　森本 保 彦

1. 水需要予測と多変量解析

家庭における水需要の分析と予測に関する最近の傾向として，1変量（すなわち給水量）の時系列的扱いから，社会因子はじめ，関連する因子を扱った多変量解析へと変わってきた。これは，各種の統計資料の充実，多くの資料を迅速に処理する電子計算機の発達などの他に，水需要を構成している構造そのものが変革して，一変量的な扱いでは説明がつかなくなったためと思われる。つまり，需要構成の要素が，不連続な変化をしたり，出現，消滅するような，いわゆる質的変化が起っているからである。もちろん，基本的には，より少ない因子で，需要を説明すべきであるが，そのためには，なるべく多くの因子をとりあげ，検討のうえ減少させる方向をとるべきである。このような多くの因子をとりあげるためには，それの裏付けとなる資料が必要であるが，既成の資料では限界があるので，標本数は限定されるが，自由に因子をとりあげられるという利点と，個別の挙動を分析できる点から，1人あるいは1栓を対象としたミクロ分析をとりあげる。また，上水道計画が，都市計画を構成している要素であることを考えると，共通因子としての社会的因子を，多変量を表示する因子としてとりあげることが有効である。したがって，ここでは，水需要に関する調査可能な社会的因子を，ミクロにとりあげた多変量解析について示す。

2. 相関・回帰・因子分析

多変量解析には，各変量を全く平等に内部従属の変量として変量間の関係を求める立場と，いくつかの独立変量で，ある従属変量を求めようとする立場があるが，ここでは，本来水需要を中心として展開される後者の立場にあわせて前者の検討をも加えようとしたものである。まず前者に属する相関分析によって2因子関係の概略をつかみ，そのあと因子分析によって各因子の相対的な位置づけを知り，これによって因子の吟味をしたのち後者に属する回帰分析によって，予測式を完成する方法をとる。いま，因子 i と因子 j の単相関係数を r_{ij} とし，これらの相関行列を $\mathbb{R}$，r_{ij} の余因子行列を $\mathbb{R}_{ij}$ としたとき，たとえば，因子1と他の因子 2, 3, ⋯, k との重相関係数は，

$$r_{1\cdot 23\cdots k} = \sqrt{1 - |\mathbb{R}|/|\mathbb{R}_{11}|} \tag{1}$$

となり，因子1と因子2の偏相関係数は，

$$r_{12\cdot 3\cdots k} = -|\mathbb{R}_{12}|/\sqrt{|\mathbb{R}_{11}||\mathbb{R}_{22}|} \tag{2}$$

となる。重相関係数によって，ある因子と他の全因子との相関がわかり，偏相関係数によって，他の因子を一定にした2因子間のみの関係がわかる。因子分析法は，各因子の関連の強さを相対的な位置関係でとらえようとしたもので，値は次のように表わされる。

$$S_{ik} = a_{i1}x_{1k} + a_{i2}x_{2k} + \cdots\cdots + a_{im}x_{mk} + b_i U_{ik} = \sum_{l=1}^{m} a_{il}x_{lk} + b_i U_{ik} \tag{3}$$

ここで，S，x，U は，規準化された標準値（平均値0，標準偏差1に変換したもの），

kは個体名，iは因子番号，lは共通因子番号，aは共通因子負荷量，bは誤差を含んだ独自因子負荷量である。(3)式を用いて因子iとjの相関係数r_{ij}を求めると，次のように簡単になる。

$$r_{ij} = a_{i1}a_{j1} + a_{i2}a_{j2} + \cdots\cdots + a_{im}a_{jm} \qquad (4)$$

(4)式を用いて，セントロイド法によりaの値を求めることができる。回帰分析の場合には，独立変量（因子）を$x_1, x_2, \cdots, x_k$とし，yを従属変量（因子）として，

$$y = a_0 + a_1 x_1 + \cdots\cdots + a_k x_k \qquad (5)$$

とあらわし，最小自乗法によって係数$a_0, a_1, \cdots, a_k$を求め，xの変化にともなうyの予測などを行なう。

3. 社会的因子を用いた水需要分析例

M市において抽出した水栓1栓ごとに，質問紙法によって調査を行なった。とりあげた因子は，a)家族に関するもの，b)設備，備品に関するもの，c)住宅に関するもの，d)経済力に関するもの，の4種類で，次の22項目からなる。

①給水量，②市外への通勤者数，③年間所得，④電力使用量，⑤ガス使用量，⑥水洗便所，⑦電気洗濯機，⑧風呂，⑨自動車，⑩ガス湯沸器，⑪クーラー，⑫し尿浄化槽，⑬井戸，⑭池，泉水，⑮水栓数，⑯庭，⑰庭の広さ，⑱散水，⑲宅地面積，⑳建坪，㉑室数，㉒家族数

これらのデータを用いて，単相関係数，偏相関係数を求めた。その結果，水需要に大きな影響を与えるものは，家族に関する項目で，設備，備品に関する項目では，風呂，自動車，水栓数が目立ち，経済力の影響は比較的低く，住宅に関する項目が最も関連性が薄かった。次に回帰式を求めた。この場合最も適当な因子は，従属変数とのみ相関が強く，他の独立変数との間の独立性が強い因子である。いいかえれば，偏相関係数において，従属変数との間で高く，独立変数相互で低い因子のことである。これらに合致すると思われる因子を抽出し，データを規準化したのち回帰式を求めたものが下表である。

$$x_1 = 0.65 + 0.05x_3 + 0.05x_7 + 0.05x_8 + 0.03x_{20} + 0.17x_{22} \qquad (0.526)$$
$$x_4 = 0.21 + 0.24x_3 + 0.08x_7 + 0.08x_{10} + 0.04x_{15} + 0.04x_{20} + 0.31x_{22} \qquad (0.677)$$
$$x_5 = 0.27 + 0.09x_3 + 0.07x_7 + 0.17x_8 + 0.07x_{10} + 0.23x_{15} + 0.10x_{22} \qquad (0.610)$$

注；添字は因子番号，（　）内は重相関係数

供給事業であり，かつ公共性という点でも共通性をもっている電力使用量とガス使用量について，給水量との比較を行なった。この結果，水に対する評価は他の因子より低いこと，給水量の定数項が大きく，これらの因子では十分説明しきれないことが判明した。最後に，第2共通因子まで抽出した因子分析の結果を右図に示す。給水量は，家族数，電力使用量，建坪と位置が近い。すなわち共通性があるといえる。