乱数を用いた確率水文量推定法の検討

京都大学大学院　○白波瀬正道　垣尾忠彦
京都大学防災研究所　角屋睦

確率水文量の推定法としては、これまでにもいくつかの方法が提案されているが、これら諸方法の良否の判断は難しい。この種の問題を解決する一つの方法は、分布形および母数を既知として標本系列をモンテカルロ法によって発生させ、これをデータとして母数や確率水文量の推定値の真値よりの偏差を調べることである。そこで、まずその第一歩として極値分布、対数正規分布の場合について自己無相関性を仮定して標本系列を発生させて検討した。

標本系列の発生法

極値乱数、対数正規乱数を直接発生させるうまい方法がないので、ここでは累積分布関数[0,1]が変域[0,1]の矩形分布にしたがうものとして乗積採中法により5桁の矩形乱数を発生させ、これから極値乱数、対数正規乱数に変換する方法をとった。矩形乱数は当初1500個ごとに自己無相関性と一様性を検定し、各標本ごとについては検定しなかったが、これについては目下検討中である。

Gumbel分布の場合；Gumbel分布は周知のように[$F(x)=\exp(-e^{-y})$, $y=a(x-x_0)$, $-\infty<x<\infty$]で表わされる。$F(x)$を与えた後yを求め、$1/a$, x_0を与えてxに変換、これをGumbel型乱数とした。ここでは$1/a=100$, $x_0=1000$とし$N=20, 50, 100, 200$の標本系列を発生させた。この分布の場合、各標本系列ごとに一様性の検定を行ない、その結果採用した標本系列数nは次のようである。ただし( )内は一様性検定前のnを示す。

$N=20$；$n=59(60)$，　$N=50$；$n=30(30)$，　$N=100$；$n=28(29)$，　$N=200$；$n=26(27)$

対数極値分布A型の場合；この分布は[$F(x)=\exp(-e^{-y})$, $y=k\log\frac{x+b}{x_0+b}$, $-b<x<\infty$]で表わされる。$F(x)$よりyへ変換した後$1/k=0.05, 0.1, 0.2, 0.3$；$x_0=100, 500$；$b=0$；$N=20, 50, 100, 200$の各組について標本系列を5組ずつ発生させた。各組内の一様性は検定しなかった。

対数正規分布の場合；この分布は[$F(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{y}e^{-y^2}dy$, $y=k\log\frac{x+b}{x_0+b}$, $-b<x<\infty$]で表わされる。この場合も$F(x)$よりyに変換した後、$1/k=0.05, 0.1, 0.5, 1.0, 1.5$；$x_0=100$；$b=0$；$N=20, 50, 100, 200$の各組について標本系列を5組ずつ発生させた。対数極値分布A型同様、各組内の一様性の検定はしなかった。

母数および確率水文量推定結果の検討

いまの場合、母数を既知としているので各推定法の良否はすべて変動係数の形で判断することにした。たとえば、いま$1/a$を母数として、その推定値を$1/\hat{a}$とすると変動係数$C_{v\,1/a}$を次のように定義した。$C_{v\,1/a}=\frac{\sigma_{1/\hat{a}}}{1/a}=\sqrt{\frac{1}{n}\Sigma\left(\frac{1}{\hat{a}}-\frac{1}{a}\right)^2}\Big/\frac{1}{a}$　これを各母数および確率水文量の推定値について算定した一例を図1～3に示す。なお採用した推定法は次のとおりである。

Gumbel分布　：　Gumbelの方法，角屋の方法
対数極値分布A型　：　角屋の方法，Jenkinsonの方法
対数正規分布　：　積率法，岩井改良法，順序確率法

こうした検討の結果次のことがいい得るようである。

Gumbel分布　1) $1/a$, x_0, x_TともNが小さい程変動係数は大きくなる。 2) $1/a$の変動はx_0, x_Tのそれ

らより大きくなる。3) x_0は変動係数も小さくNによる影響も小さい。4) x_TはTの値が大きい程、変動係数は大きくなる。5)推定法の比較ではx_0に関しては差異なく問題はないが、$1/a$, x_Tに関しては角屋の方法がよい。しかしNが大きくなると、その差異はなくなる。

対数極値分布A型　1) x_0, x_{100}は$1/k$が大きい程、Nが小さい程変動が大きくなり、$1/k$の変動はx_0, x_{100}のそれらより大きく、$1/k$が小さい程、Nが小さい程大きくなる。2) $1/k$, N, x_0が小さい程、角屋の方法が、$1/k$, N, x_0が大きくなる程Jenkinsonの方法がややよいようにみられる。ただ母数により推定法の良否が影響されるのは疑問であり、標本系列数の不足による偶然もありうるので、目下再検討中である。

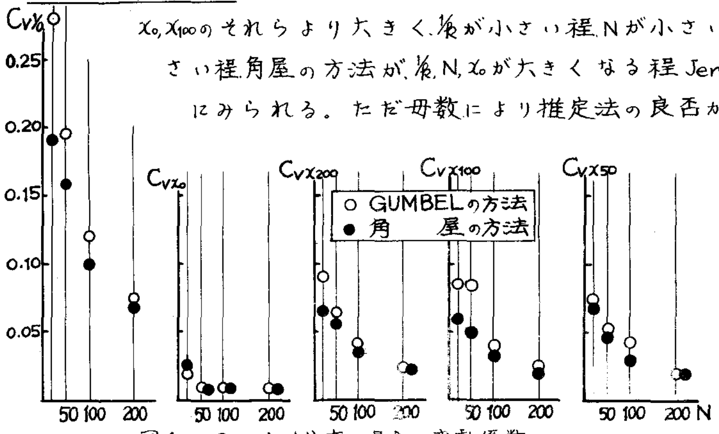

図1　Gumbel分布の場合の変動係数

対数正規分布　1) x_0, x_{100}の推定値の変動は$1/k$が大きい程、Nが小さい程大きい。$1/k$の変動はx_0, x_{100}のそれらより大きく$1/k$が小さい程、Nが小さい程変動係数は大きくなる。2) Nが小さいと岩井改良法、順序確率法(Hazen plot利用)がややよく、Nが大きくなると各法とも殆んど差がみられなくなるようである。

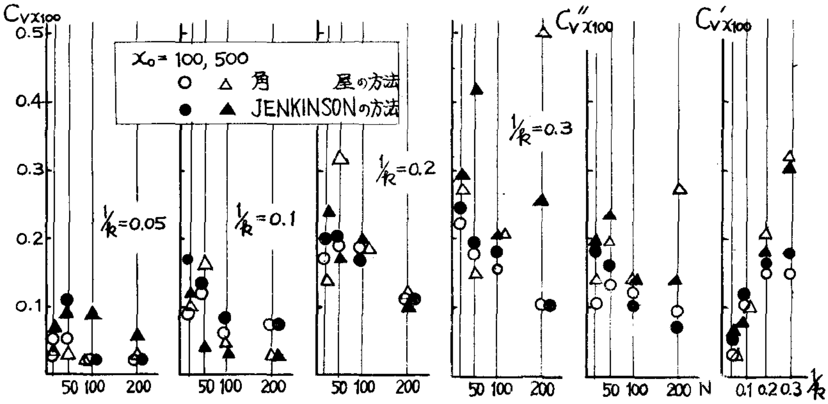

図2　対数極値分布A型の場合の変動係数

なお対数極値分布A型、対数正規分布の場合については目下組数をさらに増やして再検討中である。

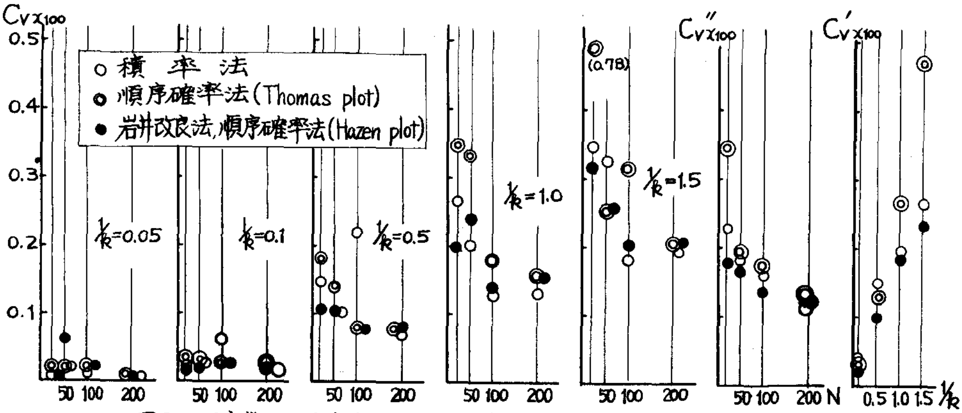

図3　対数正規分布の場合の変動係数