

流量シミュレーションにおける降雨時系列特性の導入について

大阪大学工学部 正員 室田 明
同 正員 神田 徹
同 学生員 江藤 剛治

1. まえがき

利水を対象とする水配分計画の研究の一環として、筆者らは月流量の自己相関性、低水の解析を中心とした「利水のための月流量シミュレーションの研究」^{1,2)}を行なってきた。作成流量は、時間的・空間的に種々の広がりを持つ低水の色々なパターンを、統計的に見て十分平滑化される程度に数多く含んでいてこそ、利水計画にとりより強力な手段となる。このためには、相互相関係数を導入し、上記の手法を多地点に対して同時に適用できるように拡張しなければならない。しかし、流量を発生すべき地点で十分な流量記録が得られない事も多い。Unit Time を大にする時、その傾向は著しい。

流量資料の統計的特性値は、i) 比較的定常で、少しの雨量流量資料から推定できる流出機構に、ii) その流域近くで十分長い観測資料からかなり正確に合成しうる雨量資料の特性を導入する、という形で推定できると考えられる。本研究は、Unit Time が比較的長く、資料が少ない場合について、i) 雨量を流量に変換する一手法、ii) 流量の母相関係数を、流出機構によるものと降雨の相関性によるものから合成する手法、に関し以上観点から考察を加えたものである。資料は木津川・支川名張川月ヶ瀬測水所が27～38の流量資料、同流域面積雨量、大阪管区气象台計器蒸発量を用いた。

2. 月雨量の月流量への変換について

雨量を流量に変換する場合、その長期的特性を把握するためには Unit Time を大きくせねばならない。このとき、上記のごとく資料の不足やそのためのバラツキ等が大きな壁となつて、既往の研究成果では、旬・月雨量を流量に変換する各種係数を正確に決定する事はきわめて困難である。これに対し本研究では資料の数学的な処理により、少ない資料を用いて、かなりの精度で雨量と流量の関係を決定できる手法を提案する。

1) 基礎式

$$Q_i = \alpha_i R_i + \beta_i \{ (1 - \alpha_i) R_i - E_i \} + (1 - \beta_i^2) Q_{i-1} \quad (1)$$

ここに

Q_i : i 月期間 (ここでは1月) の流量

R_i : " " " " 雨量

E_i : " " " " 蒸発散量

Q_{i-1} : $i-1$ 月以前に貯えられ、 i 月以後に流出する量で、(2) 式で表わされる。

$$Q_{i-1} = \{ (1 - \alpha_{i-1}) R_{i-1} - E_{i-1} \} \beta_{i-1} + \beta_{i-1}^2 Q_{i-2} \quad (2)$$

α_i : R_i の内、降雨直後に流出する流量の割合を示す係数

β_i : $(1 - \alpha_i) R_i$ から E_i を差引いた流量の内、 i 月中に流出する流量の割合を示す係数

た: $(1-\alpha_i)R_i$ から E_i を差引いた流量の内, $i+1$ 月以後に流出する流量の割合を示す係数。ここに, $\beta_i + \beta_{i+1} = 1$

E_i について説明を加える。通常は(1)式に従うが, $(1-\alpha_i)R_i - E_i < 0$ のとき, その差は Q_{i+1} から差引く。 $Q_{i+1} - \{E_i - (1-\alpha_i)R_i\} < 0$ のとき差を 0 とおき, それ以上の蒸発散は起こらないとする。

(1)式右辺第三項の係数 $(1-\beta_i^2)$ について説明する。 Q_{i+1} の i 月中の平均流出時間は, $\{ (1-\alpha_i)R_i - E_i \}$ の 2 倍である。この時, $i+1$ 月以後に持越される流量の割合は β_i^2 である。ゆえに i 月中に流出する成分は, $1-\beta_i^2 = \beta_i(2-\beta_i)$ となる。

(2)を(1)に代入して高次の微小項を省略すると,

$$Q_i = \alpha_i R_i + \beta_i \{ (1-\alpha_i)R_i - E_i \} + (1-\beta_i^2)\beta_{i+1} \{ (1-\alpha_{i+1})R_{i+1} - E_{i+1} \} \quad (3)$$

(1)または(3)式を用いて流量を発生させるためには, α_i, β_i, E_i を R_i の関数としく与えなければならない。今回の研究では, これらのパターンを調べる所まで行なっている。

2) 蒸発散量 E_i の算定について

計器蒸発量 E_m と R_i の関係を Fig. 1 に示す。 R_i が大となると E_m は単調に減少してある一定値に漸近するが, R_i が大の時 E_m の誤差はほとんど問題とならないので, $E_m \sim R_i$ の関係を直線 (勾配は必ず負) で近似する。

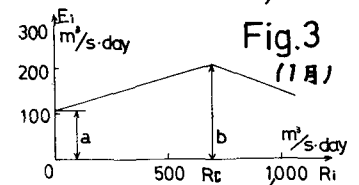
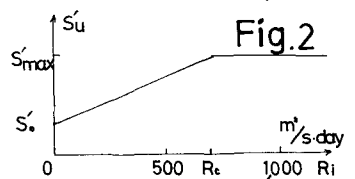
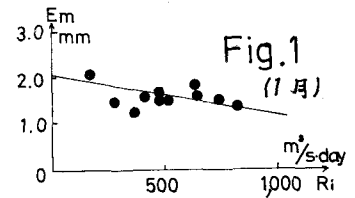
上層貯留量 β_i は, $R_i = 0$ のとき β_i なる有限値で (この場合下層貯留量も考慮して), R_i が大となると単調に指数関数的に β_{max} に漸近する。このとき, $E_i = k\beta_i^a E_m$, $k\beta_{max}^a = \beta_{max}'$ (k は定数) とし, 上記の理由から β_{max}' を Fig. 2 の折線に近似する。 $E_i = \beta_{max}' E_m$ であるから, E_i は Fig. 3 に示すようなパターンとなる。 $R_i > R_c$ のとき $E_i \sim R_i$ の直線の傾きは Fig. 1 により与えられているから, a, b, R_c を決めれば $E_i \sim R_i$ の関係は決定する。

名張川流域の植生は, 松などの森林と 20% 程度の水田である。夏期のクロマツの伏晴日蒸散量は約 1.5 mm/day である。8 月の a の値はこの値に等しいと考えられる。森林中の地表面からの蒸発量 $1.5 \sim 2.0 \text{ mm/day}$ および水田の蒸発散量を考慮して, 8 月の b を 4 mm/day とする。他の月の a, b は, その月と 8 月の計器蒸発量の比を 8 月の a, b にかけて求める。

i 月中の降雨日数が大となると R_i は単調に増加する。降雨日数が 15 日を越えるような場合には, かなりの日数, 無降雨が続くことはまず無い。以上の考察から, i 月において降雨日数 15 日に対応する R_i を R_c とした。

3) α_i, β_i の算定について

まず一次近似解により α_i, β_i のパターンを調べる。つぎに, このパターンを最もよく表す R_i の関数を設定して, その関数の中の定数を変数とし, (3)式より (1)式すなわち右辺と左辺の差の平方の和を最小とする定数の値の組合せを, 電子計算機により計算する。こ



の解は高次の近似解である。

(3)式で $R_i \approx R_{i-1}$ のとき, $\alpha_i \approx \alpha_{i-1} = \alpha$, $\beta_i \approx \beta_{i-1} = \beta$ である。この条件のもとに線型化を行なう。

$\alpha, \beta \ll 1$ とするとき, $(1-\beta^2)\alpha_{i-1} = \beta_i(1-\beta_{i-1})(2-\beta) \approx \beta$ (Fig. 4 参照) を考慮して一次近似式を求めると,

$$Q_i = \alpha R_i + \beta(R_i + R_{i-1} - E_i - E_{i-1}) \quad (4)$$

$$X_i = R_i + R_{i-1} - E_i - E_{i-1} \text{ とおくと,}$$

$$Q_i = \alpha R_i + \beta X_i \quad (5)$$

最小自乗法を用いて,

$$\alpha = (\sum X_i R_i - \sum Q_i R_i) / (\sum X_i^2 - \sum X_i^2 R_i^2) \quad (6)$$

$$\beta = (\sum Q_i R_i - \sum X_i Q_i) / (\sum X_i R_i^2 - \sum X_i^2 R_i^2) \quad (7)$$

(6), (7)式を用いるには $R_i \approx R_{i-1}$ でなければならない。

このためにつぎのようなテクニックを用いる。

$A \leq R_i \leq A+B$ かつ $A \leq R_{i-1} \leq A+B$ とおき, まず A , B の初期値をそれぞれ 0, 500 $\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{day}$ とし, R_i, R_{i-1} のともに 500 $\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{day}$ 以下であるサンプルを拾い出し, α , β および $\bar{R} = (1/N) \cdot \sum R_i$ (N はサンプル数) を計算する。このときの α , β を $R_i = \bar{R}$ に対する α , β とする。つぎに, A を順次大にして計算を続ける。 N が小となり, たときは, B を大にして行けば大流量でも多くの N が取れるから, $B = 500 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{day}$ で十分多くのサンプルが取れないときは, 順次大きな B の値を用いてサンプルを拾い出し, α , β を計算する。ここでは, $\Delta A = 100 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{day}$, $\Delta B = 250 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{day}$, N の下限値は 10 として計算を行な, た。

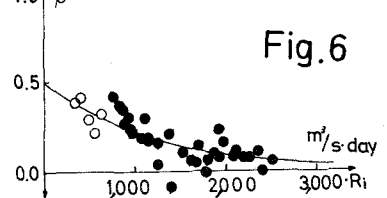
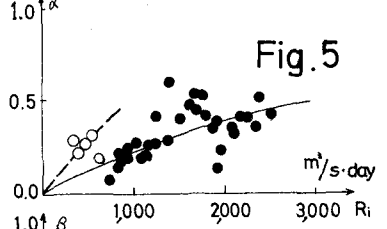
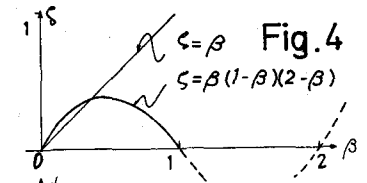
4) 計算結果と検討

計算結果を Fig. 5, Fig. 6 に示す。i) α , β のパターンは,

$$\alpha = C_1 (1 - e^{-R_i/C_2}) \quad (8)$$

$$\beta = C_3 e^{-R_i/C_4} \quad (9)$$

で示す事ができる。参考のために $C_1 = 0.8$, $C_2 = 3,000$, $C_3 = 0.5$, $C_4 = 1,200$ として計算した曲線を同時に示す。データとの適合度は非常によい。ii) α , $\beta < 0.5$ であるから(5)式は, α , β のパターンを調べる程度であれば十分な精度があると考えられる。iii) 初期損失を考えると, α_i は R_i と E_i の関数となる。 E_i と R_i の関係が年間を通じて定常であれば α_i は常に R_i のただ一つの関数で表わされるから, $\alpha_i \sim R_i$ 図上の点は同一の曲線に乗るはずである。ここでは E_i は季節的に変化するから, その影響を受けやすい低水期では点は季節別に別れている。たとえば $B = 500 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{day}$ の場合, R_i が小さい方から 5 個には (0 で示す) 夏期のデータは含まれていない。逆に, R_i がそれ以上の場合には冬期のデータはほとんど含まれていない。iv) 流量シミュレーションでは, かなりの精度が期待できる。v) 今後の検討事項としては i) (8) (9) 式を用いて季節別に α , β を決定し, E_i との関係を検討する。ii) 多くの河川にこの手法を適用し, 一般的な α , β , μ のパターンを決定する。



3). 母相関係数の推定について

一般に、相関係数は複数の因子が相互に複雑に干渉しあっている生じているので、その解析方法も因子分析などめんどろな手法を用いねばならない。しかし流量資料のように、比較的少ない因子が互いに独立に相関性を与えると考えられる場合には、もっと簡便な方法が考えられて当然である。ここに提案する手法を用いれば比較的容易に、各月雨量の相関性および流出機構が月流量の相関性に関与している度合を定量的に知る事ができる。またこれを用いて、流量資料のほとんど無い地点の月流量の自己、相互相関係数も正しく評価できる。

1) 定義

互いに独立な確率変数 X_1, X_2 を考える。簡単のために、 X_1, X_2 は $N(0, 1)$ に従うとしても一般性を失わない。この X_1, X_2 の2つの間のみに、ただ一つだけ作用して、相関係数 $\rho_{1,2}$ を与えるような変換を $P_{1,2}$ で表わす。

2) 直列系

Fig. 7に示すような系で、一般に N 個の直列の変換が行なわれるとき、両端の X_1 と X_{N+1} の相関係数 $\rho_{1,N+1}$ は、

$$\rho_{1,N+1} = \prod_{i=1}^N \rho_{i,i+1} \quad (10)$$

3) 並列系

Fig. 8に示すような系で、一般に $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N$ は正、 $\rho'_1, \rho'_2, \dots, \rho'_N$ は負とするとき

$$\left. \begin{aligned} F_{1,2} &= \prod_{i=1}^N (1 - \rho_i^2) / \prod_{i=1}^N (1 - \rho_i'^2) \text{ とおいて} \\ 0 \leq F_{1,2} \leq 1 \text{ のとき } \rho_{1,2} &= \sqrt{1 - F_{1,2}} \\ F_{1,2} > 1 \text{ のとき } \rho_{1,2} &= -\sqrt{1 - 1/F_{1,2}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

変換 P の数が2個の場合について、 ρ_1, ρ_2 と (11) 式より得られる ρ の関係を、Fig. 9に図示する。

2), (3)を用いて、1)を満足するどのような系の相関係数も、要因別に分解合成できる。

4) 月流量の自己相関係数、相互相関係数推定への応用

雨量・流量系の場合 Fig. 10のようにモデル化できる。ここで P_1 は、気象特性すなわち降雨の時間的・空間的連続性によるもの。 P_2 は、雨量、流量の関係といえども1対1には対応しないから、そのバラツキの程度を表わすもの。 P_3 は、流出機構のみによるものである。まだ十分な計算を行なっていないので、詳しい報告は次回に行なう。

〔参考文献〕

- 1) 室田、神田、江藤「木津川水系の流量シミュレーションに関する研究」第43土木学会年次学術講演会講演概要
- 2) 室田、神田「利水を対象とした流量時系列の解析について」第13回水理講演会講演集

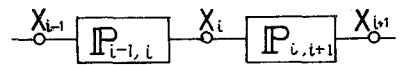


Fig. 7

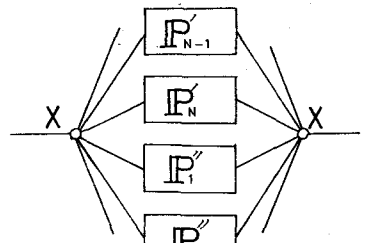


Fig. 8

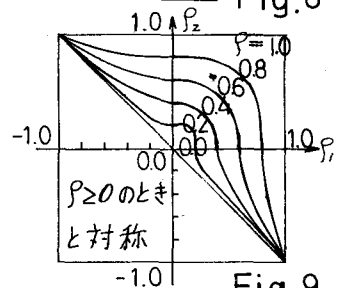


Fig. 9

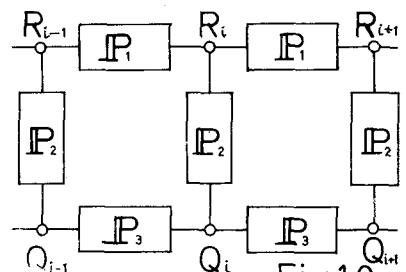


Fig. 10