ダム群による洪水制御における２・３の問題点

京都大学工学部　正　員　高棹琢馬
京大防災研究所　正　員　○瀬能邦雄

１．はしがき　洪水制御を目的とするダム群の統合管理方式の確立のための基礎的な研究として，われわれはＤＰ(Dynamic Programming)の手法を用いるダム操作方式の一元化[1]と，それを応用した適応制御に関する研究[2]を試みてきたが，これまでに発表したのはいずれも基本的な単ダムの場合であった。今回はまず，前者の拡張として一般的な洪水制御系のＤＰによる定式化を示し，つぎに，こうした手法において生じる多くの困難な問題のうち，とくに多次元性の問題について若干考察を加えたので報告する。

２．一般的洪水制御系のＤＰによる定式化　われわれが先に試みた単ダムによる最適洪水制御のＤＰによる定式化[1]を，複数のダム，流入支川，評価地点を考慮する一般的な洪水制御系へ拡張するとつぎのようになる。すなわち，いま一水系内のダムの個数をN，ダムk $(k=1,2,\cdots,N)$の期間t $(t=1,2,\cdots,T)$における貯水量，流入量，放流量および有効貯水容量をそれぞれ$S_k(t)$, $I_k(t)$, $Q_k(t)$, V_k，流入支川の数をn，評価地点の数をm，評価地点iにおける評価関数をD_iとし，ダムkの制御終了時の貯水量$S_k(T+1)$をC_kと規定すれば，

$$f_T(S_1,S_2,\cdots,S_N)=\sum_{i=1}^{m}D_i\Big(\sum_{1\le k\le N}^{b_i}(S_k(T)+I_k(T)-C_k)+\sum_{1\le j\le n}^{a_i}q_j(T)\Big)\quad\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$f_t(S_1,S_2,\cdots,S_N)=\min_{0\le S_k\le V_k}\Big\{\sum_{i=1}^{m}D_i\Big(\sum_{1\le k\le N}^{b_i}Q_k(t)+\sum_{1\le j\le n}^{a_i}q_j(t)\Big)+f_{t+1}\big(S_1(t)+I_1(t)-Q_1(t),\ S_2(t)+I_2(t)-Q_2(t),\cdots,S_N(t)+I_N(t)-Q_N(t)\big)\Big\}\quad\cdots(2)$$

となる。ただし，ここに，$\sum_{1\le k\le N}^{b_i}Q_k(t)$は，評価地点$i$に直接関与する(途中他のダムを通過しない)$b_i$個のダムからの放流量の和，$\sum_{1\le j\le n}^{a_i}q_j(t)$は評価地点$i$に直接関与する$a_i$個の支川流量の和を表わし，これらは同時に評価地点$i$に到達すると考えている。これはＤＰの多次元定式化であり，原理的にはこの式を解くことによって，水系全体としての最適洪水制御方策が得られるわけであるが，実際に解くに当ってつぎに述べるような問題を生ずる。

３．多次元性の問題と次元の節減化の可能性　この問題とは計算の実行可能性に限界があるということである。たとえば，(1)，(2)式を電子計算機で解くとしよう。１次元すなわち$N=1$の場合，$f_t(S_1)$の値が$0\le S_1\le V_1$にわたって100必要なら少なくとも100語の記憶容量が必要である。$N=2$の場合，$f_t(S_1,S_2)$の値が$0\le S_1\le V_1$, $0\le S_2\le V_2$にわたって上と同様の間隔で必要なら少なくとも$100^2=10^4$語の記憶容量が必要となる。同様に$N=3$なら10^6語必要である。ところがわが国の最新の大型計算機でも記憶容量はせいぜい8×10^5語にすぎない[3]。それで，１次元の場合は計算に要する時間もごくわずかであるが，２次元の場合は最近の計算機で可能であるが計算時間は相当長くなる。さらに３次元になると解けない場合が多く，あるいは解けても非常に長時間を要する。そこでダム群が構成している洪水制御系を全体として最適化問題の対象とするのではなく，それを数個の制御系に分解して，つまりより低次元の最適化問題として解析することが理論的に可能か否かの検討が必要となる。つぎにこの次元の節減化の可能性について若干の考察を行なった結果を述べよう。

a)直列配置のダム群の場合；図-1に示した簡単なモデルから考察する。この場合，次元

の節減化をはかるための制御系の分解とは，ダムAとダムBの最適制御解を別個に求めることである。すなわち，まずダムAの入力$\{I(t)\}(t=1,2,\cdots T)$，評価地点を一地点1のみとする系において各期間の最適放流量$Q'_A(t)$を決定し，つぎにダムBがその放流量系列$\{Q'_A(t)\}(t=1,2,\cdots T)$を入力として，評価地点を2のみとする系で最適放流量系列$\{Q'_B(t)\}(t=1,2,\cdots T)$を得るということである。そしてこのように分離して別個に最適解を求めた場合(方式①)の結果が，系を全体として表現する(1)，(2)式による2次元問題を解く場合(方式②)の結果と同等であることが理論的に証明できれば，2次元問題を1次元問題の操返しに変換でき，計算時間は著しく短縮できる。結論をいえば，図-1に示すような洪水制御系の場合には背理法によって，方式①と方式②は同等であることが証明できるがここでは省略したい。この結果を演繹すれば，図-2に示すような場合にも，すべて1次元の系に分離して全体としての最適解を得ることが理論的に可能となり，4次元問題が1次元問題に帰着される。しかし，同様な系でも図-3のように評価地点2が支川2の上流に配置されているだけで，1次元問題と3次元問題にしか分離できないことになる。

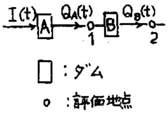

図-1

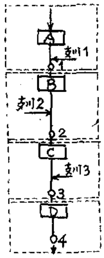

図-2

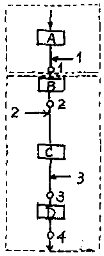

図-3

b)並列配置のダム群の場合；一般に図-4のような並列配置の場合(評価地点は一つ)，つぎのようにしてN次元問題を1次元問題に変換できる。すなわち，有効貯水容量を$V=V_1+V_2+\cdots+V_N$，入力を$I(t)=I_1(t)+I_2(t)+\cdots+I_N(t)$，期間tの期首の貯水量を$S(t)=S_1(t)+S_2(t)+\cdots+S_N(t)$，放流量を$Q(t)=Q_1(t)+Q_2(t)+\cdots+Q_N(t)$，制御終了時の貯水量を$C=C_1+C_2+\cdots+C_N$とするような一つのダムを想定することにより，1次元解析によって最適放流量系列$\{Q(t)\}(t=1,2,\cdots T)$が求まる。この$Q(t)$を各ダムの放流量として合理的に分配すればよいわけである。その分配法として，期間tにおけるダムの貯水量と有効貯水容量の比$S_k(t)/V_k$ $(k=1,2,\cdots,N)$の大きさに応じた比例配分が妥当と考えられる。ただ，$S_k(t)+I_k(t)-V_k\leq Q_k(t)\leq S_k(t)+I_k(t)$なる条件のため，$Q_k(t)$がその比例配分値をとることが現実に不可能な場合があり，そのときはできるだけその値に近づけるようにすればよいだろう。

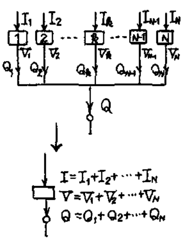

図-4

4. あとがき

以上，ダム群による最適洪水制御解をDPにより求める場合に問題となる多次元性の障害を除くため次元の節減化の可能性について若干考察したが，実際の水系においては直列，並列が混在していることが多く，ここで挙げたようなモデル的な水系とは一般に異なるので，上述の手法による次元の節減化が不可能な場合が多い。このような場合にはもっと一般的な数学的手法，たとえばラグランジュの乗数法，逐次近似法，関数近似法等を用いて次元の節減化をはかることが考えられ[4]，今後の課題の一つとしたい。なお，ここではふれなかったが，最適性判定の基準に関連する問題として評価関数の具体的な決定法等については非常に多くの問題があり，現在検討を進めている。

参考文献
1) 高棹，瀬能，入江，三谷；ダムによる洪水制御に関する一考察，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，1968
2) 高棹，瀬能，入江；ダムによる洪水流出の適応制御，第23回年次学術講演会講演概要，1968
3) たとえば 野村電子計算センター編；100万人のコンピューター事典，コンピューター・エージ社，1968
4) たとえば 小田中敏雄；ダイナミック・プログラミング，丸善株式会社，1962