

床水路に立てられた円柱周辺の局所流

京大防災研究所 正員 宇民 正

① 概説 橋脚周辺に生じる局所的な洗掘現象において、橋脚前面の水路床近傍に生じる水平軸をもつ渦が果す役割の重要性が指摘されている。本報告ではこの渦の機構をモデル化し、その強さについて考察を加える。

② 渦の機構のモデル化 橋脚前面の渦について概念図は多くの研究者により与えられている。しかしあるものは渦を構成する流体の供給の過程が明らかでなく、またあるものは渦運動をしている領域とそれ以外の領域との関係が不明確である。ここでは橋脚前面の対象面に考察を絞ることとする。著者²⁾の実験によれば、水路床の近傍でかつ円柱の直前面の流体部分はつねに渦に引きこまれることが明らかにされている。そこで、上記の平面においては、流れのパターンは図-1のように与えられるとして以後の考察を進める。

③ 渦の強さ Roper, A.T.³⁾は、渦度が橋脚により生成されるのではなく、剪断流中に既に存在していた渦度が橋脚により集中せられ、その結果として渦が生じると考えた。この考え方を更に進めるためにここでは流線に沿う渦度の変化について考察する。

著者⁴⁾は二次元流については流線に沿って単位質量あたりのエネルギーが保存されるときは渦度も保存されることをすでに示した。三次元流の場合に考察を拡大しよう。流体の運動方程式および連続の式、

$$g \cdot \text{grad } H = \nabla \times \text{curl } \nabla + \nabla^2 \varepsilon \nabla \quad \text{----- (1)} \quad \text{div } \nabla = 0 \quad \text{----- (2)}$$

を基礎式とする。ここで ∇ は流速ベクトル、 ε は渦動粘性係数、 g は重力加速度である。Frenet-Serret の座標系を採用しよう。すなわち、流線の接線方向に t 軸、流線の主法線方向（曲率半径方向）に n 軸、そして t および n 軸に垂直な方向（陪法線方向）に b 軸をとる。各々の座標軸に沿う長さの微小要素を $H_t dt$, $H_n dn$ および $H_b db$ で表わすと、(1) および (2) 式はつぎのように変形される。

$$\frac{g}{H_t} \frac{\partial H}{\partial t} = \nabla^2 \varepsilon g \quad \text{---- (3)}$$

$$\frac{g}{H_n} \frac{\partial H}{\partial n} = \frac{g}{H_t H_n} \frac{\partial}{\partial n} (H_t g) \quad \text{---- (4)}$$

$$\frac{g}{H_b} \frac{\partial H}{\partial b} = \frac{g}{H_t H_b} \frac{\partial}{\partial b} (H_t g) \quad \text{---- (5)}$$

$$H_n H_b g = f_n(n, b) \quad \text{---- (6)}$$

ここで g は流速の絶対値であり、(6) 式の右辺は n と b との関数を表わす。上式から $\text{curl } \nabla$ の t , n および b 方向成分を計算すると、

$$(\text{curl } \nabla)_t = 0 \quad \text{----- (7)}$$

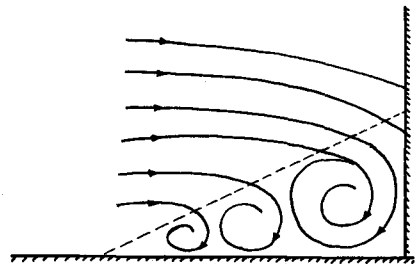


図-1 流れのパターン

$$(\text{curl } \nabla)_n \equiv \frac{1}{H_n H_b} \frac{\partial}{\partial b} (H_n g) = \frac{g}{g H_b} \frac{\partial H}{\partial b} = \frac{g H_n}{f_n(n, b)} \frac{\partial H}{\partial b} \quad \text{----- (8)}$$

$$(\text{curl } \nabla)_b \equiv -\frac{1}{H_n H_b} \frac{\partial}{\partial n} (H_n g) = -\frac{g}{g H_n} \frac{\partial H}{\partial n} = -\frac{g H_b}{f_n(n, b)} \frac{\partial H}{\partial n} \quad \text{----- (9)}$$

二次元流の場合、(9)式において $H_b = 1$ であるから $H = H(n)$ であれば渦度は流線に沿って保存されることとなる。三次元流の場合は(8)式および(9)式から、

$$\frac{(\text{curl } \nabla)_n}{H_n} = \frac{g}{f_n(n, b)} \frac{\partial H}{\partial b} \quad \text{---- (8')} \quad \frac{(\text{curl } \nabla)_b}{H_b} = -\frac{g}{f_n(n, b)} \frac{\partial H}{\partial n} \quad \text{----- (9')}$$

を導くと、これら両式の右辺は $H = H(n, b)$ であれば n と b のみの関数となるから、流線上で $(\text{curl } \nabla)_n / H_n$ および $(\text{curl } \nabla)_b / H_b$ がそれぞれ保存されると結論される。

橋脚より十分上流で、橋脚の影響が及ばない所での流速分布が対数則に従うものとし、

$$U/U_* = a_k + (1/k) \ln(U_* z/\nu) \quad \text{----- (10)}$$

を仮定すると、その渦度分布は

$$\text{curl } \nabla = \partial U / \partial z = U_* / k z = U_* / k n \quad \text{----- (11)}$$

となる。つぎに、円柱直前面の渦の中の流体の運動については、渦の中心から距離 r の点での回転方向流速成分を U_θ とするとき次のように表わされる。

$$(\text{curl } \nabla)_b = \frac{U_\theta}{r} + \frac{\partial U_\theta}{\partial r} = \left(\frac{U_\theta}{n} + \frac{\partial U_\theta}{\partial n} \right) \frac{1}{H_n} \quad \text{----- (12)}$$

流線上で $(\text{curl } \nabla)_b / H_b$ が保存されるという上述の結論に従って次の微分方程式が導かれる。

$$U_* / k n = (U_\theta / n + \partial U_\theta / \partial n) / H_n H_b$$

(6)式と境界条件(10)を用いると、

$$H_n H_b = f_n(n, b) / g \equiv U_* \{ a_k + (1/k) \ln(U_* n / \nu) \} / U_\theta$$

となるから、上の微分方程式は次のように変形される。

$$(U_*^2 / k n) \{ a_k + (1/k) \ln(U_* n / \nu) \} = U_\theta^2 / n + 1/2 \cdot \partial U_\theta^2 / \partial n \quad \text{----- (13)}$$

$$\text{上式を解いて、} \quad \frac{U_\theta}{U_*} = \sqrt{\frac{1}{k} \left(a_k + \frac{1}{k} \ln \frac{U_* n}{\nu} - \frac{1}{2k} \right) + \frac{C}{(U_* n)^2}} \quad \text{----- (14)}$$

を得る。これが円柱橋脚の直前面における渦内の流速分布を与える式である。いよかりに積分定数 $C=0$ とし、著者の実験条件で上式を計算すると $U_\theta / U_* \approx 5 \sim 6$ となり実験値から計算された値 $8 \sim 9$ よりやや小さめの値となっている。

[4] 結論 (i) 円柱橋脚の直前面の流れパターンを図-1のようにモデル化することができ、(ii) 流線に沿う渦度変化について(7)~(9)式が与えられ、 $(\text{curl } \nabla)_n / H_n$ と $(\text{curl } \nabla)_b / H_b$ は流線に沿って保存される。(iii) 橋脚直前面の渦の中の回転方向流速成分は(14)式で与えられる。

- [5] 参考文献** 1) Allen, J.R.L.: "Current ripples", North-Holland, 1968
 2) 宇民正: 京大防災研年報, 第12号B, 昭和44年3月
 3) Roper, A.T., Schneider, V.R. and Shen, H.W.: 12th Proc. IAHR, vol.3, 1967
 4) 中川博次, 宇民正: 京大防災研年報, 第11号B, 昭和43年3月。