

弯曲水路の河床変動に関する研究

京大防災研究所 正員 村本嘉雄
運輸省 正員 吉村知司

弯曲水路における河床変動は外岸をいの洗掘と内岸付近の堆積現象によつて特徴づけられる。一様な河床状態から洗掘、堆積の進行する過程の一測定例を示すと図-1 のようである。図には初期河床を基準とした内岸、外岸における河床高および洗掘、堆積の境界線の時間的变化と最終時長における砂堆の前縁線が示してある。内岸、外岸の河床形状と洗掘、堆積の境界線の形状は、時間の経過にともなつて流下方向にはほぼ一様な状態から顕著な波動状態に互に対応して変化しているのがわかる。また、砂堆の前縁線の位置も河床高および境界線の変化に対応し、最大堆積高、最大洗掘深および洗掘域が内岸へはりだす位置と前縁線との相対位置がほぼ一定している。

このように洗掘の進行した状態では、河床は平面的に顕著な波動性を呈し、こうした河床変動を全体的に記述するには当然二次元的な解析を必要とする。しかし、洗掘状態における弯曲部の流れの関数表示が難しく、現状では二次元解析は望めない。本文では、洗掘進行後の河床変動が外岸付近に集約されている点および図-1 に示した洗掘、堆積の境界線と外岸の河床形状との関連性に着目して、流下方向に一次元化した解析を試みる。

1. 洗掘現象の条件式 座標系を図-2 に示すように表わし、洗掘、堆積の境界線 $r_0(\theta, t)$ と外岸 r_2 で限られる範囲の河床変動を考へる。この範囲の河床形状は洗掘進行後はほぼ三角形状となることから、河床高を

$$Z(r, \theta, t) = (r - r_0) Z_2(\theta, t) / (r_2 - r_0) \quad (1)$$

と仮定する。流砂の連続式は二次元の場合、図-2 の座標系で表示

$$\text{すると、} \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{1}{(1-\lambda)} \left\{ \frac{\partial g_0}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r g_r) \right\} \quad (2)$$

となる。外岸付近の平均的な河床変動を Z_2 で代表して記述することとを考へ、(2)式に(1)式を代入して r_0 から r_2 まで積分すると、

$$\frac{\partial Z_2}{\partial t} = \frac{6}{(1-\lambda)b(3r_2-b)} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(g_0 r - g_{\theta 0} \frac{\partial b}{\partial \theta} \right) - (r_2-b) g_{r_0} - \frac{1-\lambda}{6} (3r_2-b) Z_2 \frac{\partial b}{\partial t} \right\} \quad (3)$$

が得られる。ここで、 $b = r_2 - r_0$ 、 g_0 、 g_{r_0} は r_0 における接線および半径方向の流砂量である。すなわち、上式は流路巾が場所的、時間的に変化し、 $r = r_0$ の境界線を通じて流砂の出入りする場合の流砂の連続式を表わしている。(3)式に基づいて解析を行なうためには、流路巾の変化、流砂量および流れの関数式を導入する必要がある。

まず、流路巾の変化を特徴づける式は、一般的には

$$\frac{\partial b}{\partial t} + U_b \frac{\partial b}{(r_2-b)\partial \theta} = V_b \quad (4)$$

の形で表わされる。ここで、 U_b 、 V_b は流路巾の接線および半径方向の変化速度で上述の現象から砂堆の移動速度に対応するものと考

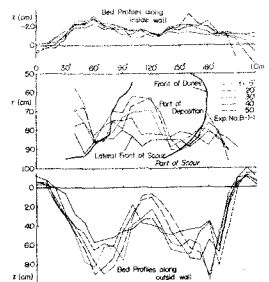


図-1 河床変動の実測例
($r_0 = 75 \text{ cm}$, $B = 50 \text{ cm}$, $\theta = 180^\circ$)
 $Q = 6 \text{ l/s}$, $i = 1/100$

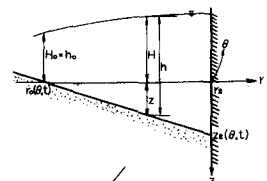


図-2 座標系と記号

えられる。また、 g_{00} と g_{r0} との関係は図-2 に示すように境界線上の流砂の方向と接線方向とのなす角 φ_0 を用いて、 $g_{r0} = g_{00} \cdot \tan \varphi_0 \dots (5)$ で表わされる。

つぎに、洗掘進行後の流路内の平均的な流砂量 $\bar{g}_0$ と i と Brown 型の次式と仮定する。

$$\bar{g}_0 = \frac{1}{b} \int_{r_0}^r g_0 dr = K d \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d \right\}^{-m} \left\{ 1 - \left(\frac{u_{*c}}{u_*} \right)^2 \right\}^m \bar{u}_*^{2m+1} \quad (6)$$

流路内の平均摩擦速度 $\bar{u}_*$ と流れとの関係は、洗掘初期においては底面摩擦と重力との平衡関係、Manning の流速式、流れの遠心力の関係および連続式によつて定めることができた。¹⁾ いかに、洗掘進行後においては、流下方向の水面こう面²⁾の意味が不明確になり、また水深の増加と流速の増加とが対応しなくなるので、最初の二つの条件式を用いることができない。ここでは、単純に $\bar{u}_*$ は流路内平均流速 $\bar{u}$ に比例するとし、

$$\bar{u}_* = k \bar{u} \quad (7) \quad \bar{u} = Q / b \bar{h} \quad (8)$$

で表わす。たゞ、 k は定数、 $\bar{h}$ は平均水深、 Q は流路内の流量であつて、(3)式に代入した流れの連続式、

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{r_0}^r r h dr + \frac{\partial Q}{\partial \theta} = (r_2 - b) h_0 \frac{\partial b}{\partial t} + h_0 u_0 \frac{\partial b}{\partial \theta} + (r_2 - b) h_0 v_0 \quad (9)$$

より与えられる。ここで、 h_0 と u_0 、 $v_0 (= u_0 \tan \varphi_0)$ は境界線上の水深と鉛直方向平均流速成分である。(8)、(9)式の水深と流速は流れの遠心力の関係と u に対する強制渦の分布式

$$dH/dr = u^2/gr, \quad H = h - z \quad (10) \quad u = Cr = u_2 r / r_2 \quad (11)$$

を仮定して定める。その結果、 $\bar{h}$ は次式のようになる。

$$\bar{h} = \left\{ \frac{2Q}{u_2 b} + \frac{u_2^2 b}{12 g r_2} \left(2 - \frac{b}{r_2} \right)^2 \left(6 - 7 \frac{b}{r_2} \right) - \frac{1}{6} \frac{b}{r_2} z_2 \right\} / \left(2 - \frac{b}{r_2} \right) \div \left(\frac{2Q}{u_2 b} - \frac{1}{6} \frac{b}{r_2} z_2 \right) / \left(2 - \frac{b}{r_2} \right) \quad (12)$$

以上の条件から、(3)式に(5)~(8)と(12)式を代入し、(4)、(9)式を連立させることによつて、洗掘現象における $b(\theta, t)$ 、 $Q(\theta, t)$ 、 $z_2(\theta, t)$ の解析が可能となる。

2. 洗掘過程の解析 前項の各条件式に基づき洗掘過程の一般的な解析は、 u_b 、 u_0 、 g_{00} 、 $\tan \varphi_0$ 、 u_2 の関数形が確定しないので、現状では難しい。そこで、第一段階として、i) 流路中の時間的変化および境界線を通じたの流砂、流水の出入りがある場合、すなわち $g_{00} = u_0 = 0$ 、 $\partial b / \partial t = 0$ 、 Q 、 u_2 一定として $b(\theta)$ から $z_2(\theta, t)$ を求める解析と ii) 流水の出入りを考慮し、 $Q(\theta)$ 、 $b(\theta)$ から $z_2(\theta, t)$ を求める解析の二つの場合について検討を行なつた。ii) の場合は別報²⁾で述べられているので、(ii) について概述する。(iii) の場合、(3)式に各条件式を代入すると次式が得られる。

$$\frac{\partial z_2}{\partial t} = \frac{6 \bar{g}_0}{(1-\lambda) b (3r_2 - b)} (M_1 \frac{\partial b}{\partial \theta} + M_2 \frac{\partial Q}{\partial \theta} + N \frac{\partial z_2}{\partial \theta}) \quad (13)$$

ここで、 $M_1 = 1 + L \left\{ \left(4 - \frac{b}{r_2} \right) \frac{z_2}{r_2} - \frac{12Q}{u_2 r_2 b} \right\} / \left(2 - \frac{b}{r_2} \right) \left(\frac{12Q}{u_2 b} - \frac{z_2}{r_2} \right)$ 、 $M_2 = L \left\{ \frac{b}{Q} - 2 \left(2 - \frac{b}{r_2} \right) / \left(\frac{2Q}{u_2 b} - \frac{1}{6} \frac{b}{r_2} z_2 \right) u_2 \right\}$ 、 $N = L \frac{b}{r_2} / \left(\frac{12Q}{u_2 b} - \frac{z_2}{r_2} \right)$ 、 $L = 2m + 1 + 2m \left(\frac{u_{*c}}{u_*} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{u_{*c}}{u_*} \right)^2 \right\}^{-1}$ 、 $\bar{u}_* = k \frac{b}{r_2} \left(2 - \frac{b}{r_2} \right) / \left(\frac{2Q}{u_2 b} - \frac{1}{6} \frac{b}{r_2} z_2 \right)$ である。

(13)式の係数 N は通常 $N > 0$ であつて、(13)式は z_2 の擾乱が上流へ伝播する河床変動を表わしている。洗掘状態における流速、流向測定値より(7)式の関係と検討し、ある時刻の $b(\theta)$ 、 $Q(\theta)$ から $z_2(\theta, t)$ を計算した結果、弯曲部外岸の洗掘過程の測定値と傾向はほぼ一致するところであつた。上述の各条件式の検討および解析結果の詳細は講演時に述べる。

1) 京大防災研究所年報, 11号B, B643.3, 2) 京大防災研究所年報, 12号B, B644.3