

多孔性媒体の空隙構造と透水係数について

京都大学工学部 正 員 岩佐義朗
 京都大学大学院 学生員 O武内 等
 京都大学工学部 学生員 児玉 忠

1. まえがき 一般に、多孔性媒体の幾何学的構造は非常に複雑で、これを数式で表現するのは容易でなく、単純なモデルに置き換えられることが多い。しかしながら、多孔体の幾何学的な複雑さはそれ自体が浸透流を特性づける重要な要素であり、モデルにおいてもその特性が保存されるように努められねばならない。そこで、多孔体を確率変数により表わすと、複雑な空隙構造を統計的にはある規則性をもつと解釈することができる。

本研究は、多孔体のもつ水理特性が Darcy's law の成立する領域にあるとき、その透水係数と多孔体の空隙特性との関係を見い出し、つぎに、空隙構造の観察によりその多孔体の透水係数を予測しようとしたものである。

2. 空隙構造と透水係数 多孔体が異方性のとき、透水係数の主軸方向に座標軸を選ぶと、Darcy's law は次式で表わされる。

$$v = -\bar{K} \text{grad } h, \quad \bar{K} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 v : 速度ベクトル, h : ピエゾ水頭および $\bar{K}$: 透水係数テンソルである。

$\bar{K}$ を空隙構造との関連において求めるため、つぎの仮定をおく。

① 多孔体の空隙構造は、図-1に示すように、その構成粒子により特徴づけられる任意の直径と方向をもつ中空円筒の樹枝状結合組織である。

② 各円筒状流路を通る流れは、Hagen-Poiseuille の法則に従う。

したがって、半径が a_i である円筒状流路の流れ方向のピエゾ水頭勾配を $(\partial h / \partial l)_i$ と示すとき、その流量 q_i は次式で表わされる。

$$q_i = -\frac{\pi \rho g}{8\mu} a_i^4 \left(\frac{\partial h}{\partial l}\right)_i \quad (2)$$

また、たとえば x 軸方向では、 Q を軸方向の流量とすれば、(1)式から断面平均的に次式が成立つ。 A は断面積である (cf. (7)式)。

$$Q = -k_x A \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3)$$

流量が(2)式で表わされる円筒が座標軸となす角を $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ とするとき、断面 A にある q_i を合計すれば Q になるから、次式をうる。

$$k_x = \frac{\pi \rho g}{8\mu A} \sum a_i^4 \cos \alpha_i \quad (4)$$

ここに、 $(\partial h / \partial l)_i = (\partial h / \partial x) \cos \alpha_i$ である。(4)式で a_i と α_i は独立であるとし、後者の生起

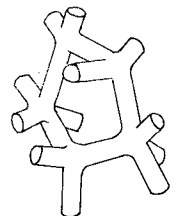


図-1

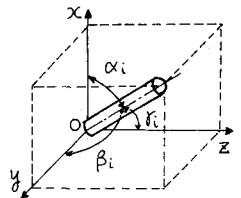


図-2

確率を $P(\alpha_i)$ で表わすと, (1) 式から, $\bar{K}$ はつぎのように表わされる。

$$\bar{K} = \frac{\pi \rho g}{8 \mu A} \sum \alpha_i^4 \begin{bmatrix} \sum \cos \alpha_j P(\alpha_j), 0, 0 \\ 0, \sum \cos \beta_j P(\beta_j), 0 \\ 0, 0, \sum \cos \gamma_j P(\gamma_j) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\sum P(\alpha_j) = \sum P(\beta_j) = \sum P(\gamma_j) = 1$$

以後, 多孔体が等方等値である場合について考察する。この時, $K_x = K_y = K_z = K$ かつ $\mu P(\alpha) = P(\beta) = P(\gamma) = P(\theta)$ となり, 中空円筒が任意に選ばれた軸と作る角を θ とすれば, $\sum \cos \theta P(\theta) = \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta = 1/2$ となるから, K は次式で与えられる。

$$K = \frac{\pi \rho g}{16 \mu A} \sum \alpha_i^4 \quad (6)$$

これは, Scheidegger の Capillary Model において求めた透水係数の値に方向性を取り入れ直観的に $1/3$ 倍した $\bar{K}$ と一致し, その理論的な説明ができたことになる。 α_i は多孔体の切断面の観察から求めるとき, 図-3 のような断面では長径 α_i^* の楕円であるが, 計算の便宜上, 円と仮定すると, $\alpha_i = \alpha_i^* \cos \theta$ となるから, 空隙率 λ とすれば次式を得る。

$$K = \frac{\rho g \lambda}{40 \mu} \frac{\sum \alpha_i^{*4}}{\sum \alpha_i^{*2}}, \quad \sum \pi \alpha_i^{*2} / \lambda = A \quad (7)$$

α_i^* を, 図-4A のように切断面にて各粒子の代表点を結び作られる三角形内の空隙面積と界面面積の円の半径で表わす方法があるが, この方法は読み取りに長時間を要するから, 以下の方法を用いる。図-4B のように断面を横切る直線 l の空隙部 U_i および粒子部 g_i を順次求め, つぎに粒子部の中央で折り三角形を作る。このとき粒子を円と仮定し, また空隙率 λ が保たれるように円の半径を修正して得られる三角形について上の方法を適用すればよい。

3. 実験的検討 図-5は, ガラス球がなる多孔体を変性エポキシ樹脂で固めた断面を観察して得た結果で, 実験 A (平均粒径 $\bar{d} = 1.40 \text{ mm}$, 空隙率 $\lambda = 37\%$, 読み取り数 583), B (1.05, 37, 832) および C (2.20, 38, 490) である。図の $\odot$ は断面で直接に三角形を作って得た結果であり, 他の値は, 上に述べた本研究の方法によるものである。

これらと同一条件の下で透水係数試験により実験的に求めた透水係数はそれぞれ A: 0.87 cm/s , B: 0.24 cm/s および C: 0.03 cm/s であり, 図の値を (7) 式に用いて得た値は, それぞれの $3 \sim 4$ 倍でオーダー毎にほぼ一致することが確かめられ, 今後, 資料数を増やして発表する予定である。また, 本研究における α_i^* の求め方は, モンテカルロ法によりシミュレート可能と図われ, 検討するつもりである。

参考文献 (1) A.E. Scheidegger, "The Physics of Flow through Porous Media" 1960
(2) 室田, 佐藤 「空隙規模の分布による透水係数, 評価について」 第13回水理講演会講演集

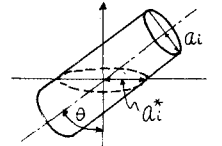


図-3

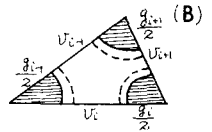
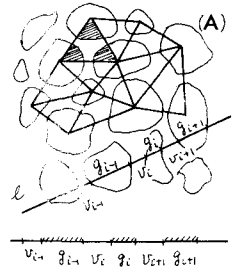


図-4

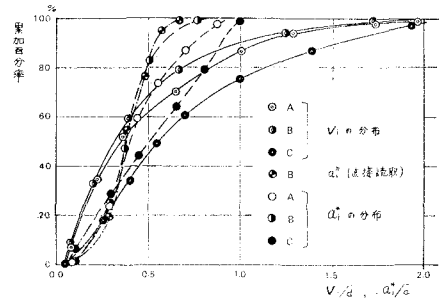


図-5